

**ELABORACIÓN DE UN SOFTWARE EN LENGUAJE DE  
PROGRAMACIÓN C++ PARA HACER ANÁLISIS DINÁMICO EN  
PÓRTICOS PLANOS HASTA DE CINCO PISOS**



**LUIS FERNANDO CHIMA CEPEDA  
NELSON ENRIQUE GUTIERREZ SARMIENTO**

**CORPORACION UNIVERSITARIA DE LA COSTA  
FACULTAD DE INGENIERIAS  
PROGRAMA DE INGENIERIA CIVIL  
AREA DE ESTRUCTURAS  
BARRANQUILLA  
2003**

**ELABORACION DE UN SOFTWARE EN LENGUAJE DE  
PROGRAMACION C++ PARA HACER ANALISIS DINAMICO EN  
PORTICOS PLANOS HASTA DE CINCO PISOS**

**LUIS FERNANDO CHIMA CEPEDA  
NELSON ENRIQUE GUTIERREZ SARMIENTO**

Trabajo de Grado presentado para optar al titulo de Ingeniero Civil

**Director de Proyecto  
JORGE BUZON OJEDA  
Ingeniero Civil**

**CORPORACION UNIVERSITARIA DE LA COSTA  
FACULTAD DE INGENIERIAS  
PROGRAMA DE INGENIERIA CIVIL  
AREA DE ESTRUCTURAS  
BARRANQUILLA**

**2003**

Barranquilla, Agosto 19 de 2003

Ingeniero  
NAYIB MORENO RODRIGUEZ  
Ciudad

Los abajo firmantes asesores del trabajo de grado titulado: ELABORACION DE UN SOFTWARE EN LENGUAJE DE PROGRAMACION C++ PARA HACER ANALISIS DINAMICO EN PORTICOS PLANOS HASTA DE CINCO PISOS.

Certificamos que el PROYECTO ha sido evaluado, lográndose los alcances establecidos en la propuesta.

Cordialmente.

ASESOR TECNICO

---

ING. JORGE BUZON OJEDA

ASESOR METODOLOGICO

---

ING. DIANA DE LA OSSA HURTADO

Barranquilla, Agosto 19 de 2003

Señor: **NAYIB MORENO**  
DIRECTOR PROGRAMA DE INGENIERÍA CIVIL  
Ciudad

Por medio de la presente estamos sometiendo a su consideración la solicitud para la aprobación del trabajo de grado titulado:

**ELABORACION DE UN SOFTWARE EN LENGUAJE DE PROGRAMACION C++ PARA HACER ANALISIS DINAMICO EN PORTICOS PLANOS HASTA DE CINCO PISOS.**

Como requisito parcial para optar el título de INGENIERO CIVIL en la Facultad de Ingenierías de la Corporación Universitaria de la Costa, CUC.

Adjuntamos con la presente la documentación requerida, debidamente diligenciada para su estudio.

Cordialmente.

\_\_\_\_\_  
**NELSON E. GUTIÉRREZ S.**

\_\_\_\_\_  
**LUIS F. CHIMÁ**

=====  
**ESPACIO RESERVADO PARA LA FACULTAD**

Fecha de entrega de la solicitud para aprobación: \_\_\_\_\_

Solicitud aprobada? SI  NO  Fecha \_\_\_\_\_

Observaciones: \_\_\_\_\_

DIRECTOR PROGRAMA ING. CIVIL

Barranquilla, agosto 19 de 2003

Yo, **Nelson Gutierrez Sarmiento**, manifiesto en este documento mi voluntad de ceder a la Corporación Universitaria de la Costa los derechos patrimoniales, consagrados en el artículo 72 de la Ley 23 de 1982, del trabajo final de grado denominado **ELABORACIÓN DE UN SOFTWARE EN LENGUAJE DE PROGRAMACIÓN C++ PARA HACER ANALISIS DINAMICO EN PORTICOS PLANOS HASTA DE 5 PISOS**, producto de mi actividad académica para optar el título de **Ingeniero Civil** en la Corporación Universitaria de la Costa, entidad académica sin ánimo de lucro, queda por lo tanto facultada para ejercer plenamente los derechos anteriormente cedidos en su actividad ordinaria de investigación, docencia y publicación. La cesión otorgada se ajusta a lo que establece la Ley 23 de 1982. Con todo, en mi condición de autor me reservo los derechos morales de la obra antes citada con arreglo al artículo 30 de la Ley 23 de 1982. En concordancia suscribo este documento en el momento mismo que hago entrega del trabajo final a la Biblioteca Central de la Corporación Universitaria de la Costa, CUC.

**Nelson Gutierrez Sarmiento**

NOMBRE

**8.641.263**

CEDULA

\_\_\_\_\_

FIRMA

Barranquilla, D.E.I.P., a los **Diecinueve** **19** días del mes de **Agosto** de **2003**.

“Los derechos de autor recaen sobre las obras científicas, literarias y artísticas en las cuales se comprenden las creaciones del espíritu en el campo científico, literario y artístico, cualquiera que sea el modo o forma de expresión y cualquiera que sea su destilación, tales como: los libros, folletos y otros escritos; las conferencias, alocuciones, sermones y otras obras de la misma naturaleza; las obras dramáticas o dramático-musicales; las obras coreográficas y las pantonimias; las composiciones musicales con letra o sin ella; las obras cinematográficas a las cuales se asimilan las obras expresadas por procedimiento análogo a la cinematografía, inclusive los videogramas, las obras de dibujo, pintura, arquitectura, escultura, grabado, litografía; las obras fotográficas a las cuales se asimilan las expresadas por procedimiento análogo a la fotografía; las obras de artes plásticas; las ilustraciones, mapas, planos, croquis y obras plásticas relativas a la geografía, a la topografía, a la arquitectura o a las ciencias, en fin, toda producción del dominio científico, literario o artístico que puedan producirse o definirse por cualquier forma de impresión o de reproducción, por fonografía o radiotelefonía o cualquier otro medio conocido o por conocer”. ( artículo 2 de la Ley 23 de 1982 ).

Barranquilla, agosto 19 de 2003

Yo, **Nelson Gutierrez Sarmiento**, mayor de edad, identificado con la cedula de ciudadanía No**8.641.263**, de **Sabanalarga**, actuando en nombre propio, en mi calidad de autor del trabajo de tesis, monografía o trabajo de grado denominado: **ELABORACIÓN DE UN SOFTWARE EN LENGUAJE DE PROGRAMACIÓN C++ PARA HACER ANALISIS DINAMICO EN PORTICOS PLANOS HASTA DE 5 PISOS**, hago entrega del ejemplar respectivo y de sus anexos de ser el caso, en forma digital o electrónico( CD ROM ) y autorizo a la CORPORACIÓN UNIVERSITARIA DE LA COSTA, para que en los términos establecidos en la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993, Decreto 460 de 1995 y demás normas generales sobre la materia, utilice y use en todas sus formas, los derechos patrimoniales de reproducción, comunicación pública, transformación y distribución ( alquiler, préstamo público e importación ) que me corresponden como creador de la obra objeto del presente documento.

PARÁGRAFO: La presente autorización se hace extensiva no solo a las facultades y derechos de uso sobre la obra en formato o soporte material, sino también para formato virtual, electrónico, digital, óptico, uso en red, Internet, extranet, intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer.

EL AUTOR- ESTUDIANTES, manifiesta que la obra objeto de la presente autorización es original y la realizo sin violar o usurpar derechos de autor de terceros, por lo tanto la obra es de su exclusiva autoría y detenta la titularidad ante la misma. PARÁGRAFO: En caso de presentarse cualquier reclamación o acción por parte de un tercero en cuanto a los derechos de autor sobre la obra en cuestión, EL ESTUDIANTE-AUTOR, asumirá toda la responsabilidad, y saldrá en defensa de los derechos aquí autorizados; para todos los efectos, la Universidad actúa como tercero de buena fe.

Para constancia se firma el presente documento en dos ( 02 ) ejemplares del mismo valor y tenor, en Barranquilla D.E.I.P., a los Diecinueve 19 días del mes de Agosto de Dos Mil Tres 2003.

EL AUTOR-ESTUDIANTE.

( firma ) .....  
Nombre: **Nelson Gutierrez Sarmiento**  
C.C. No **8.641.263** de **Sabanalarga**

Barranquilla, agosto 19 de 2003

Yo, **Luis Fernando Chimá**, manifiesto en este documento mi voluntad de ceder a la Corporación Universitaria de la Costa los derechos patrimoniales, consagrados en el artículo 72 de la Ley 23 de 1982, del trabajo final de grado denominado **ELABORACIÓN DE UN SOFTWARE EN LENGUAJE DE PROGRAMACIÓN C++ PARA HACER ANALISIS DINAMICO EN PORTICOS PLANOS HASTA DE 5 PISOS**, producto de mi actividad académica para optar el título de **Ingeniero Civil** en la Corporación Universitaria de la Costa, entidad académica sin ánimo de lucro, queda por lo tanto facultada para ejercer plenamente los derechos anteriormente cedidos en su actividad ordinaria de investigación, docencia y publicación. La cesión otorgada se ajusta a lo que establece la Ley 23 de 1982. Con todo, en mi condición de autor me reservo los derechos morales de la obra antes citada con arreglo al artículo 30 de la Ley 23 de 1982. En concordancia suscribo este documento en el momento mismo que hago entrega del trabajo final a la Biblioteca Central de la Corporación Universitaria de la Costa, CUC.

**Luis Fernando Chimá**

NOMBRE

**72.223.807**

CEDULA

\_\_\_\_\_

FIRMA

Barranquilla, D.E.I.P., a los **Diecinueve** **19** días del mes de **Agosto** de **2003**.

“Los derechos de autor recaen sobre las obras científicas, literarias y artísticas en las cuales se comprenden las creaciones del espíritu en el campo científico, literario y artístico, cualquiera que sea el modo o forma de expresión y cualquiera que sea su destilación, tales como: los libros, folletos y otros escritos; las conferencias, alocuciones, sermones y otras obras de la misma naturaleza; las obras dramáticas o dramático-musicales; las obras coreográficas y las pantonimias; las composiciones musicales con letra o sin ella; las obras cinematográficas a las cuales se asimilan las obras expresadas por procedimiento análogo a la cinematografía, inclusive los videogramas, las obras de dibujo, pintura, arquitectura, escultura, grabado, litografía; las obras fotográficas a las cuales se asimilan las expresas por procedimiento análogo o la fotografía; las obras de artes plásticas; las ilustraciones, mapas, planos, croquis y obras plásticas relativas a la geografía, a la topografía, a la arquitectura o a las ciencias, en fin, toda producción del dominio científico, literario o artístico que puedan producirse o definirse por cualquier forma de impresión o de reproducción, por fonografía o radiotelefonía o cualquier otro medio conocido o por conocer”. ( artículo 2 de la Ley 23 de 1982 ).

Barranquilla, agosto 19 de 2003

Yo, **Luis Fernando Chimá**, mayor de edad, identificado con la cedula de ciudadanía No**72.223.807**, de **Barranquilla**, actuando en nombre propio, en mi calidad de autor del trabajo de tesis, monografía o trabajo de grado denominado: **ELABORACIÓN DE UN SOFTWARE EN LENGUAJE DE PROGRAMACIÓN C++ PARA HACER ANALISIS DINAMICO EN PORTICOS PLANOS HASTA DE 5 PISOS**, hago entrega del ejemplar respectivo y de sus anexos de ser el caso, en forma digital o electrónico( CD ROM ) y autorizo a la CORPORACIÓN UNIVERSITARIA DE LA COSTA, para que en los términos establecidos en la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993, Decreto 460 de 1995 y demás normas generales sobre la materia, utilice y use en todas sus formas, los derechos patrimoniales de reproducción, comunicación pública, transformación y distribución ( alquiler, préstamo público e importación ) que me corresponden como creador de la obra objeto del presente documento.

PARÁGRAFO: La presente autorización se hace extensiva no solo a las facultades y derechos de uso sobre la obra en formato o soporte material, sino también para formato virtual, electrónico, digital, óptico, uso en red, Internet, extranet, intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer.

EL AUTOR- ESTUDIANTES, manifiesta que la obra objeto de la presente autorización es original y la realizo sin violar o usurpar derechos de autor de terceros, por lo tanto la obra es de su exclusiva autoría y detenta la titularidad ante la misma. PARÁGRAFO: En caso de presentarse cualquier reclamación o acción por parte de un tercero en cuanto a los derechos de autor sobre la obra en cuestión, EL ESTUDIANTE-AUTOR, asumirá toda la responsabilidad, y saldrá en defensa de los derechos aquí autorizados; para todos los efectos, la Universidad actúa como tercero de buena fe.

Para constancia se firma el presente documento en dos ( 02 ) ejemplares del mismo valor y tenor, en Barranquilla D.E.I.P., a los Diecinueve 19 días del mes de Agosto de Dos Mil Tres 200 3.

EL AUTOR-ESTUDIANTE.

( firma ).....

Nombre: **Luis Fernando Chimá**

C.C. No **72.223.807** de **Barranquilla**



## **AGRADECIMIENTOS**

Los autores expresan sus agradecimientos a:

Ingeniero Jorge Buzón Ojeda, Ingeniera Diana De la Ossa, quienes siempre estuvieron disponibles a orientarnos, presentes en los progresos y ofreciéndonos las asesorías oportunas.

Docente en sistemas Rafael Araujo, por su orientación y explicaciones en el momento oportuno.

A todos mis compañeros por brindarme su amistad tantas veces demostrada durante nuestros estudios.

A todas aquellas personas que en una u otra forma colaboraron con la realización del presente trabajo.

A Dios omnipotente y misericordioso, quien como siempre se mostró generoso, concediéndome la gracia de alcanzar esta meta.

A mis padres Ligia Esther y Nelson, a quienes debo este triunfo.

A mi esposa, Ofelia, que me brindó apoyo incondicional para mi crecimiento como profesional.

A mis hijos Sergio Enrique y Maria Paz, las razones más grandes para crecer como persona y salir adelante.

A mi hermano Emiro Rafael, mi cuñada Cande, mi suegra Judith y mi compañero Luis Fernando, con quienes siempre conté.

A mi abuelo Miguel Sarmiento, que en paz descanse, siempre muy atento a mis logros.

**Nelson Enrique.**

En este momento digo con alegría Dios es Amor. Cuando mi madre se dirige a darme un consejo siempre me dice: solos no podemos, necesitamos a Dios en nuestro corazón.

Con palabras sinceras, dedico este triunfo a nuestro Padre Celestial. Dios Todopoderoso.

A Magali mi madre mi mejor amiga y mi consejera.

A Gina mi esposa, quien está a mi lado apoyándome y ayudándome a salir adelante.

A Moisés David, mi hijo, el cual en sus cinco meses y medio de edad me ha enseñado tantas cosas maravillosas y me ha hecho crecer en el amor.

A mis tíos Rafael, Ligia y Betty, mis segundos padres y que en todos los momentos de mi vida han estado a mi lado; lo mismo que a mis primos Manuel, Carlos, Silvia; Willy, Kelly y Wendy.

Mis abuelos Pedro y Ligia ya hace varios años partieron hacia la casa de Dios, pero desde aquí les dedico también esta meta alcanzada.

**Luis Fernando.**

## RESUMEN

Con el transcurrir de los años, han sido muchos los autores que se han apoyado en la dinámica clásica, para ir depurando, reconceptualizando y redefiniendo muchos modelos matemáticos y formas de solucionarlos; es decir, en la medida en que se ha avanzado tecnológicamente, se ha ido teniendo certeza, exactitud y confiabilidad en la medición de esfuerzos, fuerzas, movimientos, pesos, etc., que redundan en la exactitud de predicción de movimientos, esfuerzos, velocidades, etc., presentes o actuantes en las estructuras.

En la actualidad se cuenta con estudios y reconceptualizaciones hechas por ingenieros estructurales, los cuales le dan o le buscan la mejor, más eficiente y eficaz aplicabilidad de todas estas normas, modelos matemáticos y principios de la dinámica estructural moderna a las estructuras a construir hoy en día.

El propósito de este trabajo de investigación es crear un software de rutina de análisis y solución, implementando una serie de menús de escogencia, utilizando el lenguaje de programación c++, con lo que se pretende visualizar el comportamiento que una estructura puede presentar ante cualquier evento, ya sea sismos, vientos, etc., teniendo en cuenta la magnitud, dirección e intensidad de la carga externa que actúe sobre ella.

**Palabras Clave:** Software, Lenguaje de Programación C++ , Sismos, Sistemas dinámicos.

## ABSTRACT

With passing of the years, there have been great the authors who have rested on the classic dynamics, to be purifying, to re-conceptualizing and to re-defining many mathematical models and ways of solving them; that is to say, as it has been advanced technologically, certainty, accuracy and reliability has been having in the measurement of efforts, forces, movements, pesos, etc., that presents or performers redound to the accuracy of prediction of movements, efforts, speeds, etc., in the structures.

At present one is provided with studies and reconceptualizations done by structural engineers, who give to him or there look for him best, most efficient and effective applicability of all these norms, mathematical models and principles of the modern structural dynamics to the structures to be constructed nowadays.

The intention of this research work is to create a software of routine of analysis and solution, implementing a series of menus of escogencia, using the computer language c ++, with what one tries to visualize the behavior that a structure can present before any event, be already earthquakes, winds, etc., bearing in mind the magnitude, direction and intensity of the external load that acts on her.

**Keywords:** Software, Computer language C ++, Earthquakes, dynamic Systems.

## CONTENIDO

	<b>Pág.</b>
INTRODUCCIÓN	
1. SISTEMAS DINAMICOS DE UN GRADO DE LIBERTAD	19
1.1 GRADOS DE LIBERTAD	19
1.2 ECUACION DE MOVIMIENTO	22
1.2.1 Debido a una fuerza externa	22
1.2.2 Fuerza debido a un sismo	24
1.3 VIBRACIONES	27
1.3.1 Diferentes tipos de vibraciones	28
1.4 VIBRACIÓN LIBRE NO AMORTIGUADA	29
1.4.1 Frecuencia y periodo	29
1.5 VIBRACIÓN FORZADA ARMÓNICA NO AMORTIGUADA	30
1.6 VIBRACIÓN IMPULSIVA NO AMORTIGUADA	32
2. SISTEMAS DE MULTIPLES GRADOS DE LIBERTAD	43
2.1 ECUACIÓN DE MOVIMIENTO	43
2.2 MOVIMIENTO FORZADO	45
2.2.1 Método de superposición modal	45
2.3 RESPUESTA AL MOVIMIENTO DE LA BASE	47
3. MANUAL DEL USUARIO	49
4. DESARROLLO DEL ALGORITMO	53
CONCLUSIÓN	60

BIBLIOGRAFÍA

61

ANEXO

## LISTA DE FIGURAS

	<b>Pág.</b>
Figura 1. Oscilador simple sin amortiguamiento	20
Figura 2. Estructuras de un grado de libertad	20
Figura 3. Desplazamiento debido a una excitación dinámica (fuerza externa)	23
Figura 4. Desplazamiento debido a una excitación dinámica (fuerza debida a un sismo)	25
Figura 5. Comparación entre los desplazamientos de estructuras (fuerza externa Vs. sismo)	26
Figura 6. Sistema sin amortiguación	31
Figura 7. Movimiento descrito por una fuerza de carácter impulsivo	33
Figura 8. Gráfica de la integral de Duhamel	33
Figura 9. Aplicación de fuerza. Integral de Duhamel	35
Figura 10. Gráfica fuerza constante	36
Figura 11. Gráfica fuerza rectangular	37
Figura 12. Gráfica fuerza triangular	38
Figura 13. Pórtico de concreto	38
Figura 14. Idealización	39
Figura 15. Determinación de la rigidez del sistema	40
Figura 16. Estructuras de múltiples grados de libertad	44
Figura 17. Movimiento de un pórtico simple excitado en su base	47



## INTRODUCCION

Las respuestas estructurales en un análisis dinámico varían con el tiempo, existiendo soluciones distintas para cada instante de tiempo, a diferencia del análisis estático, el cual presenta una sola solución.

La dinámica dentro del contexto de la mecánica, es la encargada de estudiar el comportamiento de los cuerpos, desde dos puntos de vista.

El primer punto de vista es estudiar que sucede con el comportamiento de los cuerpos, estudiando el movimiento en sí, o sea, medir velocidades, aceleraciones, desplazamientos, rotaciones, giros, tiempos de ocurrencia, etc., sin tener en cuenta que causó el movimiento. Este primer punto de vista se conoce con el nombre de **cinemática**.

El otro punto de vista estudia la relación entre las fuerzas actuantes sobre la estructura y el movimiento que estas causan, quiere decir, que este punto de vista si se interesa por saber y estudiar que fenómeno ocasionó el movimiento. Este otro punto de vista es llamado **cinética**.

El estudio de la dinámica desde este último punto de vista, permite predecir futuros movimientos ante cargas o fuerzas, a partir de un movimiento causado o esperado, y también el tipo de fuerza o carga que causará el movimiento.

La dinámica estructural para estudiar las vibraciones de los cuerpos flexibles, se basa en las leyes de Newton, las cuales se definen a continuación:

- **Primera ley:** ley de la inercia. Todo cuerpo permanece en su estado de reposo o de movimiento, a menos que sea obligado a cambiar de ese estado, debido a la aplicación de cualquier tipo de carga o fuerza.
- **Segunda ley:** Ley del movimiento. La fuerza que actúa sobre un cuerpo causando su movimiento, es igual a la tasa de cambio del movimiento del cuerpo.
- **Tercera ley:** Ley de acción-reacción. A toda fuerza de acción, se opone siempre una fuerza de reacción de igual magnitud pero con sentido contrario.

La dinámica estructural basa sus principios de análisis y aplicación estructural, en la dinámica pura, la cual se desarrolló desde la época de Sir Isaac Newton con estas tres leyes de la física.

Por lo anterior se puede decir, que la dinámica estructural es una ciencia madura, puesto que se viene desarrollando desde los años 1700.

Con el transcurrir de los años, han sido muchos los autores que se han apoyado en la dinámica clásica, para ir depurando, reconceptualizando y redefiniendo muchos modelos matemáticos y formas de solucionarlos; es decir, en la medida en que se ha avanzado tecnológicamente, se ha ido teniendo certeza, exactitud y confiabilidad en la medición de esfuerzos, fuerzas, movimientos, pesos, etc., que redundan en la exactitud de predicción de movimientos, esfuerzos, velocidades, etc., presentes o actuantes en las estructuras.

En la actualidad se cuenta con estudios y reconceptualizaciones hechas por ingenieros estructurales, los cuales le dan o le buscan la mejor, más eficiente

y eficaz aplicabilidad de todas estas normas, modelos matemáticos y principios de la dinámica estructural moderna a las estructuras a construir hoy en día.

En Colombia se cuenta con los siguientes organismos, que constantemente están estudiando los fenómenos dinámicos de las estructuras. También existen normas y especificaciones de estudio y análisis dinámico de las estructuras, promulgadas en nuestro país o adoptadas de otros países técnica y tecnológicamente más avanzados:

- Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica.
- Sociedad Colombiana de Ingenieros. Comisiones de sismología y estructuras.
- Norma Colombiana de Diseño Sismo resistente. NSR-98.
- Código ACI (American Concrete Institute).

El propósito de este trabajo de investigación es crear un software de rutina de análisis y solución, implementando una serie de menús de escogencia, utilizando el lenguaje de programación c++, con lo que se pretende visualizar el comportamiento que una estructura puede presentar ante cualquier evento, ya sea sismos, vientos, etc., teniendo en cuenta la magnitud, dirección e intensidad de la carga externa que actúe sobre ella.

Para la elaboración del programa se tuvo en cuenta las diferentes fórmulas, unidades, datos y limitaciones que aparecen en los capítulos del trabajo.

En este trabajo también se incluye un manual sencillo dirigido al usuario, el cual fue elaborado de una forma fácil de entender y aplicar. Este manual contiene un ejemplo de aplicación el cual muestra de manera sencilla el funcionamiento del programa.

## **1. SISTEMAS DINAMICOS DE UN GRADO DE LIBERTAD**

En este capítulo se tratará sobre los sistemas dinámicos que poseen un grado de libertad, o sea, aquellos que tienen una sola posibilidad de movimiento. Se define lo que significa grado de libertad, ecuación de movimiento y las diferentes vibraciones que existen en las estructuras.

### **1.1 GRADOS DE LIBERTAD**

Grado de libertad es la posibilidad que tiene un nodo de moverse en forma independiente, en cierta dirección. En los nodos de los pórticos los movimientos que se representan son giros y desplazamientos, y en las armaduras, desplazamientos solamente.

En dinámica estructural, el número de coordenadas independientes necesario para especificar la configuración de un sistema en cualquier instante de tiempo, se conoce como el número de grados de libertad. En general, toda estructura cuenta con un número infinito de grados de libertad, sin embargo, la adecuada idealización de una estructura permite reducir los grados de libertad a un número discreto y en algunos casos a uno solo.

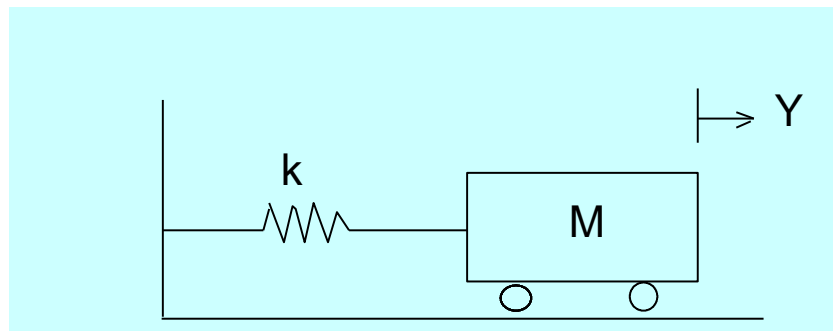
Se puede ver que las estructuras modeladas como sistemas de un solo grado de libertad, cuentan correspondientemente con un solo desplazamiento, y pueden ser representados convenientemente por el

modelo matemático que tiene un elemento de masa  $m$ , el cual representa la propiedad de masa o de inercia de la estructura; un elemento resorte  $k$ , que representa las fuerzas internas del sistema y la capacidad de la estructura de almacenar energía potencial, el cual conecta la masa a un apoyo inmóvil y que rueda sobre una superficie longitudinal sin fricción.

El movimiento en la dirección longitudinal, puede ser determinado en cualquier instante de tiempo.

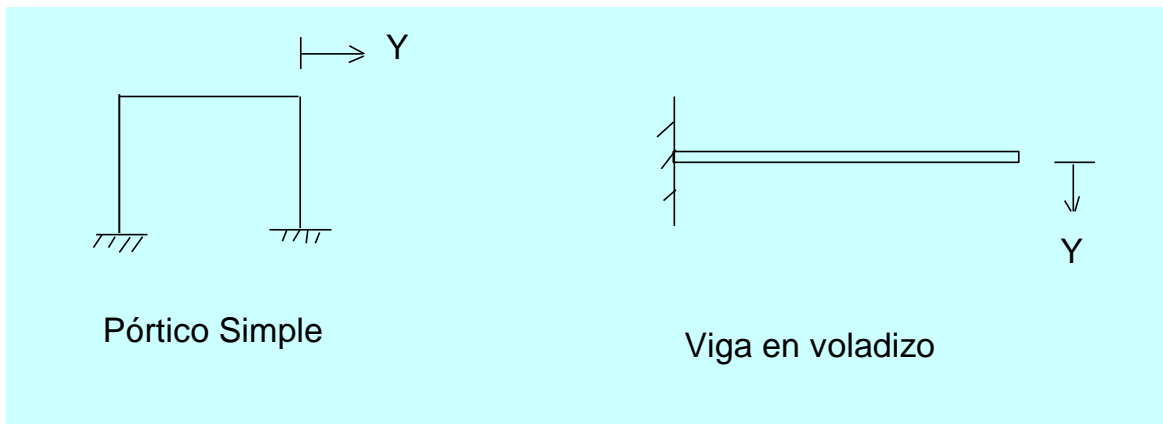
En la Figura 1 se representa lo anteriormente expuesto.

**Figura 1. Oscilador simple sin amortiguamiento.**



Con este modelo matemático se pueden estudiar las siguientes estructuras:

**Figura 2. Estructuras de un grado de libertad.**



La ecuación de equilibrio de este modelo matemático, corresponde a la sumatoria de las componentes en la dirección horizontal de las diferentes fuerzas actuando en el sistema. De lo anterior se tiene lo siguiente:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{0}$$

Donde:

**M**: masa

**$\ddot{\mathbf{u}}$** : aceleración de la gravedad

**K**: rigidez del sistema

**y**: desplazamiento

Esta es una ecuación diferencial homogénea de segundo orden, cuya solución es de la forma:

$$U_{(t)} = A\text{seno}(\omega t) + B\text{coseno}(\omega t)$$

A y B son constantes y dependen de las condiciones iniciales que indujeron el movimiento.

Para  $t = 0$ ,

$$A = \frac{V_0}{W}, \quad B = y_0$$

Donde:

$V_0$ : velocidad inicial de la masa.

$y_0$ : desplazamiento de la masa.

$W$ : frecuencia angular del sistema, en rad/seg.

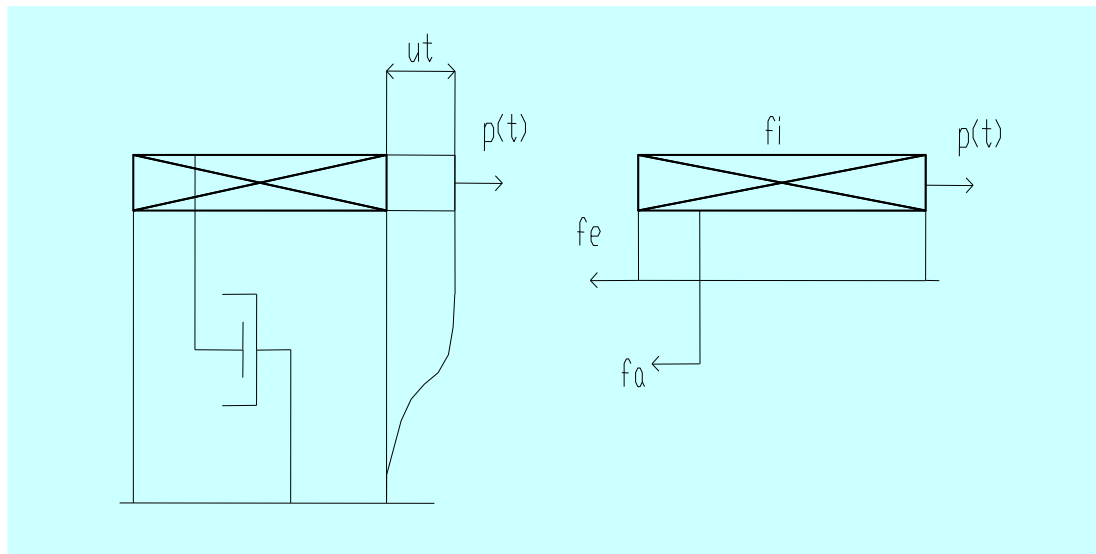
El movimiento que describe el sistema, es un movimiento periódico. Esta periodicidad permite que el valor del desplazamiento ( $y_0$ ) sea el mismo cada  $2\pi/w$  segundos.

## 1.2 ECUACION DE MOVIMIENTO

El movimiento de una estructura idealizada como un sistema de un grado de libertad, debida a una excitación dinámica, estará gobernada por una ecuación diferencial denominada ecuación de movimiento, la cual puede contar con dos tipos de excitación, una ya sea debido a una fuerza externa dinámica y otra en el caso de un movimiento sísmico del suelo.

**1.2.1 Debido a una fuerza externa.** Partiendo de la estructura lineal de masa  $m$ , rigidez lateral  $k$ , y amortiguamiento  $c$ , sujeta a una fuerza dinámica  $p(t)$ , la parte superior de la estructura se desplaza en la dirección lateral una cantidad  $u(t)$ , el cual corresponde al desplazamiento de la estructura. (Ver Figura 3).

**Figura 3. Desplazamiento debido a una excitación dinámica (fuerza externa).**



Elaborando un diagrama de cuerpo libre del sistema, se observan varias fuerzas actuando:

- La fuerza externa  $p(t)$ .
- La fuerza elástica  $f_e$ .
- La fuerza de amortiguamiento  $f_a$ .
- La fuerza de inercia  $f_i$ .

Las fuerzas elásticas y de amortiguamiento actúan hacia la izquierda porque resisten la deformación y la velocidad respectivamente. Actuando de igual



forma la fuerza de inercia, hacia la izquierda, opuesta a la dirección de la aceleración positiva.

La condición de equilibrio dinámico del diagrama de cuerpo libre es:

$$f_i + f_a + f_e = p(t)$$

En una estructura lineal la fuerza elástica es:

$$f_e = ku$$

Donde  $k$ , es igual a la rigidez lateral de la estructura y  $u$  es el desplazamiento relativo. La fuerza de amortiguamiento es:

$$f_a = c\dot{u}$$

Donde  $c$  corresponde al coeficiente de amortiguamiento para la estructura y  $\dot{u}$  es la velocidad relativa.

La fuerza de inercia esta asociada con la masa  $m$  y con la aceleración del suelo  $\ddot{u}$ :

$$f_i = m\ddot{u}$$

Reemplazando cada una de las definiciones de fuerzas internas, se obtiene la ecuación de la estructura idealizada:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t)$$

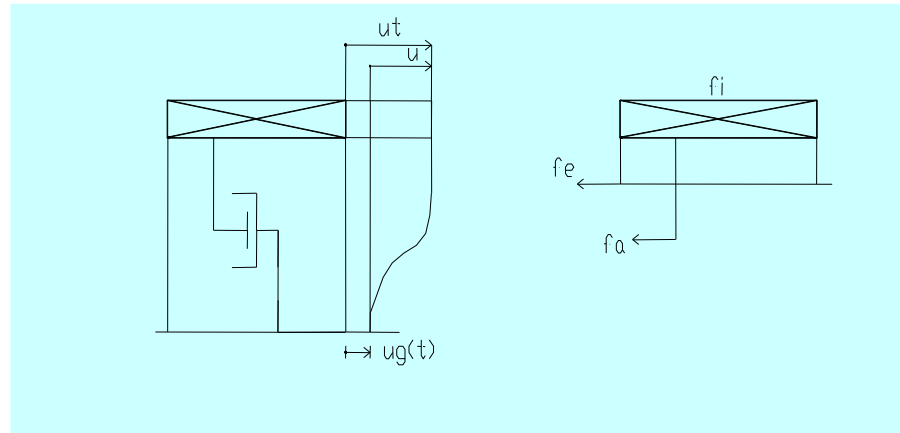
Ecuación que está gobernada por el desplazamiento  $u(t)$  sujeta a la fuerza externa dinámica  $p(t)$ .

**1.2.2 Fuerza debido a un sismo.** La excitación en el caso de un movimiento inducido por un sismo en la base de una estructura, presume la existencia de únicamente una componente horizontal de movimiento en el terreno, con desplazamiento  $u_g(t)$ , velocidad  $\dot{u}_g(t)$  y aceleración  $\ddot{u}_g(t)$ .

Ante la acción del sismo, la base de la estructura se desplace una cantidad  $u_g(t)$  si el suelo es rígido y la estructura a su vez se deforma una cantidad  $u(t)$  (desplazamiento en el techo relativo a la base de la estructura). Por lo tanto, el desplazamiento total en el punto superior (techo) será (ver Figura 4):

$$U(t) = u_g(t) + u(t)$$

**Figura 4. Desplazamiento debido a una excitación dinámica (fuerza debida a un sismo).**



De acuerdo al diagrama de cuerpo libre, la ecuación de equilibrio dinámico es:

$$f_i + f_a + f_e = 0$$

La fuerza de amortiguamiento y la elástica son respectivamente iguales a las que se mencionaron anteriormente. Pero la fuerza de inercia en este caso está en función de la aceleración  $\ddot{u}^t$ :

$$f_i = m\ddot{u}^t$$

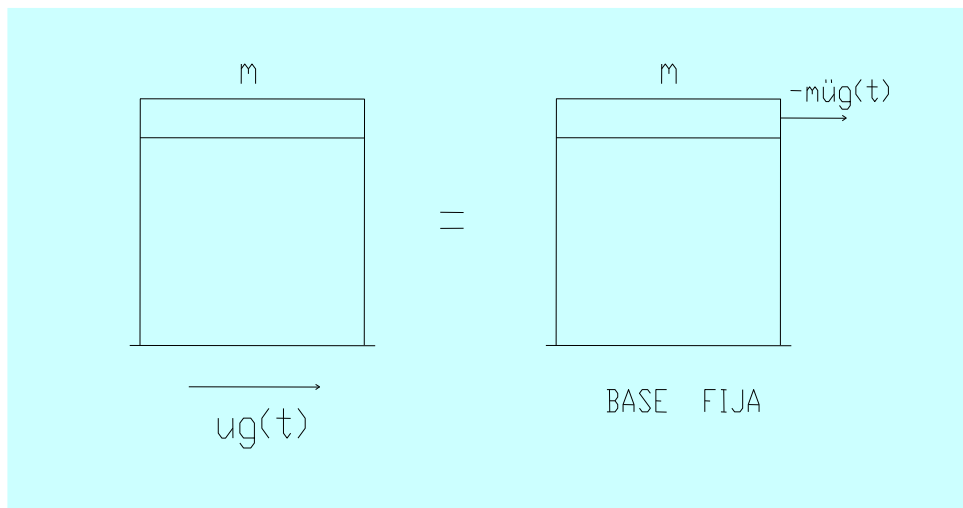
$$f_i = m (\ddot{u}_g + \ddot{u})$$

Reemplazando en la ecuación de movimiento de la estructura idealizada:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = -m\ddot{u}_g(t)$$

Ecuación que está gobernada por el desplazamiento  $u(t)$  sujeta a la aceleración del suelo debido a un movimiento sísmico.

**Figura 5. Comparación entre los desplazamientos de estructuras (fuerza externa Vs. sismo).**



Comparando las ecuaciones de movimiento para un sistema de un grado de libertad bajo una fuerza externa igual a  $-m\ddot{u}_g(t)$  y a una excitación debida a un sismo cuya aceleración en el terreno es  $\ddot{u}_g(t)$ ; son iguales. Ya que el sistema bajo movimiento sísmico puede ser reemplazado por un sistema de base fija con una fuerza externa  $-m\ddot{u}_g(t)$ .

### 1.3 VIBRACIONES

Una vibración es el movimiento de una partícula material o de un sólido rígido que oscila alrededor de una posición de equilibrio. La mayor parte de las vibraciones en las máquinas y estructuras son indeseables, debido a que aumentan los esfuerzos y las tensiones, y por las pérdidas de energía que las acompañan. Por lo tanto deben eliminarse o reducirse al máximo con diseños apropiados.

Una vibración se produce casi siempre cuando un sistema es desplazado desde una posición de equilibrio estable. El sistema tiende a regresar a esa posición bajo la acción de fuerzas de restitución (ya sean fuerzas elásticas como en el caso de la masa unida a un resorte, o fuerzas gravitacionales en el caso de un péndulo). Pero el sistema alcanza generalmente su posición inicial con cierta velocidad adquirida que lo lleva más allá de esa posición. Como el proceso puede repetirse indefinidamente, el sistema permanece moviéndose de un lado al otro atravesando su posición de equilibrio. El intervalo de tiempo necesario para que el sistema efectúe el ciclo completo de movimiento se llama periodo de la vibración. El número de ciclos por unidad de tiempo define la frecuencia y el desplazamiento máximo del sistema de su posición de equilibrio se llama amplitud de la vibración.

Cuando el movimiento es mantenido únicamente por las fuerzas de restitución, se dice que la vibración es una vibración libre. Cuando se aplica una fuerza periódica al sistema, el movimiento resultante se describe como una vibración forzada. Cuando los efectos del rozamiento pueden despreciarse, se dice que las vibraciones son no amortiguadas.

Si una vibración libre es solo ligeramente amortiguada, su amplitud decrece lentamente hasta que después de cierto tiempo el movimiento se detiene. Pero el amortiguamiento puede ser lo bastante grande para impedir cualquier

vibración real; el sistema regresa entonces lentamente a su posición original. Una vibración forzada amortiguada dura tanto como dure la aplicación de la fuerza periódica que produce la vibración. Pero la amplitud de la vibración se modifica por la magnitud de las fuerzas de amortiguamiento.

**1.3.1 Diferentes tipos de vibraciones.** A continuación se mencionan los tipos más comunes de excitaciones dinámicas o de vibraciones forzadas:

- **Vibraciones causadas por equipos mecánicos.** Dentro de este grupo están los efectos causados por maquinarias y equipos que contengan componentes que roten o se desplacen periódicamente.
- **Vibraciones causadas por impactos.** Cuando la masa de un sistema colisiona con otra, sufre una fuerza de carácter impulsiva, la cual induce a vibraciones.
- **Vibraciones causadas por explosiones o voladuras.** Una explosión produce ondas de presión en el aire, o movimientos del suelo. Ambos resultados afectan las estructuras localizadas en las cercanías del lugar de la explosión.
- **Vibraciones causadas por el viento.** La intensidad de las presiones que ejerce el viento sobre las estructuras varía con el tiempo. Este fenómeno induce efectos vibratorios sobre ellas. La altura de la estructura, se convierte en factor importante al determinar la magnitud y punto de aplicación de las presiones por viento.
- **Vibraciones causadas por olas.** En las estructuras hidráulicas las olas inducen efectos dinámicos correspondientes a las vibraciones del empuje hidráulico sobre ellas, además de otro tipo de efectos como el desgaste y la corrosión causados por la salinidad del agua de mar.

- **Vibraciones causadas por sismos.** El efecto sobre las estructuras de los movimientos del terreno producidos por la ocurrencia de un sismo, conduce a vibraciones importantes de la estructura.

#### 1.4 VIBRACIÓN LIBRE NO AMORTIGUADA

La vibración libre toma importancia cuando la estructura vibra bajo la acción de fuerzas inerciales en el sistema y en ausencia de fuerzas externas o movimientos en el terreno.

Como ya se mencionó en los párrafos anteriores, los sistemas dinámicos de un grado de libertad, para el caso de vibración libre no amortiguada, corresponde a una estructura sencilla, como lo es por ejemplo un pórtico simple, que sólo vibra bajo la acción de fuerzas gravitacionales causadas sobre la masa de los elementos (peso propio de cada uno de los elementos que conforman la estructura), y que adicionalmente no tienen ningún elemento externo para disipar el movimiento causado por este peso.

En estas condiciones, el sistema en movimiento estaría gobernado sólo por la influencia de las llamadas condiciones iniciales, o sea, la velocidad y el desplazamiento, las cuales están especificadas para un instante  $t = 0$ . Este sistema con un grado de libertad se conoce como oscilador simple sin amortiguamiento.

**1.4.1 Frecuencia y periodo.** Siendo el periodo natural de vibración  $T$  de la estructura el tiempo requerido para realizar un ciclo bajo una vibración libre, se expresa como:

$$\omega T = 2\pi$$

despejando,

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Expresándose en segundos por ciclo o sencillamente en segundos; entendiéndose que se trata de segundos por ciclo.

El valor inverso del periodo es la frecuencia natural f:

$$f = \frac{\omega}{2\pi}$$

Expresado en hercios o ciclos por segundo (cps)

Para diferenciar las frecuencias **f** de **w**, la frecuencia **w** es llamada frecuencia angular, expresada en radianes por segundo (rad/segundo), sin olvidar que a su vez:

$$W = (k/m)^{1/2}$$

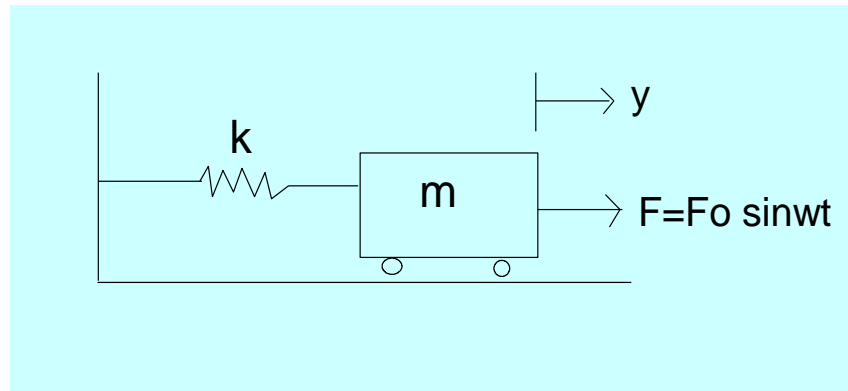
## 1.5 VIBRACIÓN FORZADA ARMÓNICA NO AMORTIGUADA

Una estructura con vibración armónica es un sistema sometido a fuerzas y desplazamientos cuyas magnitudes pueden ser representadas por una función seno o coseno, del tiempo.

La vibración armónica representa uno de los movimientos más importantes en el estudio de las vibraciones mecánicas, y en la dinámica estructural. La teoría de sistemas de osciladores simples armónicos, es usualmente aplicada en pruebas de fuerzas vibratorias sobre edificaciones.

La vibración bajo estas características, se refiere a las estructuras sometidas a fuerzas externas que inducen el movimiento. Para este caso la fuerza es de carácter armónico, o sea, que la fuerza como tal tiene un comportamiento periódico, lo cual quiere decir que tiene frecuencia, periodo, amplitud de fuerza, etc. Este tipo de fuerzas se representa en la Figura 6.

**Figura 6. Sistema sin amortiguación.**



El modelo matemático se representa de la siguiente forma:

$$F = F_0 \text{seno}(\omega t)$$

Donde:

$\omega$  = frecuencia angular de la fuerza

$F_0$  = magnitud de la fuerza (equivalente a la amplitud en el caso en que fuera movimiento).

$T$  = tiempo de ocurrencia de la fuerza.

La ecuación que describe el movimiento es:



$$m\ddot{u} + ku = F_0 \text{seno}(\omega t)$$

La ecuación anterior es diferencial de segundo orden no homogénea, cuya solución es la de la condición homogénea más la solución del caso particular.

La solución a la ecuación puede ser expresada como:

$$U(t) = A \text{coseno}(\omega t) + B \text{seno}(\omega t) + \frac{F_0/k}{1 - r^2} \text{seno}(\hat{w}t)$$

Siendo  $r$  la razón de frecuencias:

$$r = \frac{\hat{w}}{\omega}$$

Puede llegar a suceder que la frecuencia forzada  $\hat{w}$  sea igual a la frecuencia natural  $\omega$ , haciendo que la amplitud del movimiento tienda a aumentar hacia el infinito; en estos casos se dice que el sistema está en resonancia.

## 1.6 VIBRACIÓN IMPULSIVA NO AMORTIGUADA

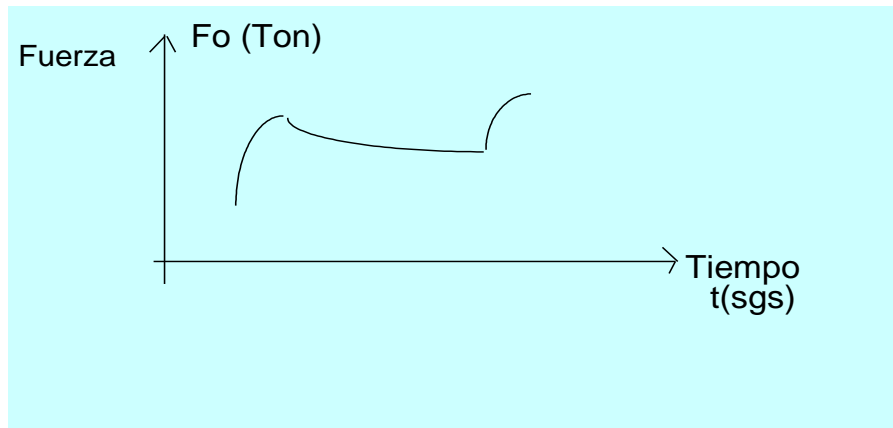
Una vibración aplicada durante un corto intervalo de tiempo, es una vibración impulsiva, correspondiendo el impulso al producto de la fuerza por el tiempo de su duración.

La vibración bajo estas características, se refiere a las estructuras que están sometidas a fuerzas externas que inducen el movimiento.

Para este caso la fuerza es de carácter impulsivo, es decir, que la fuerza como tal tiene un comportamiento no periódico, o sea, que no tiene

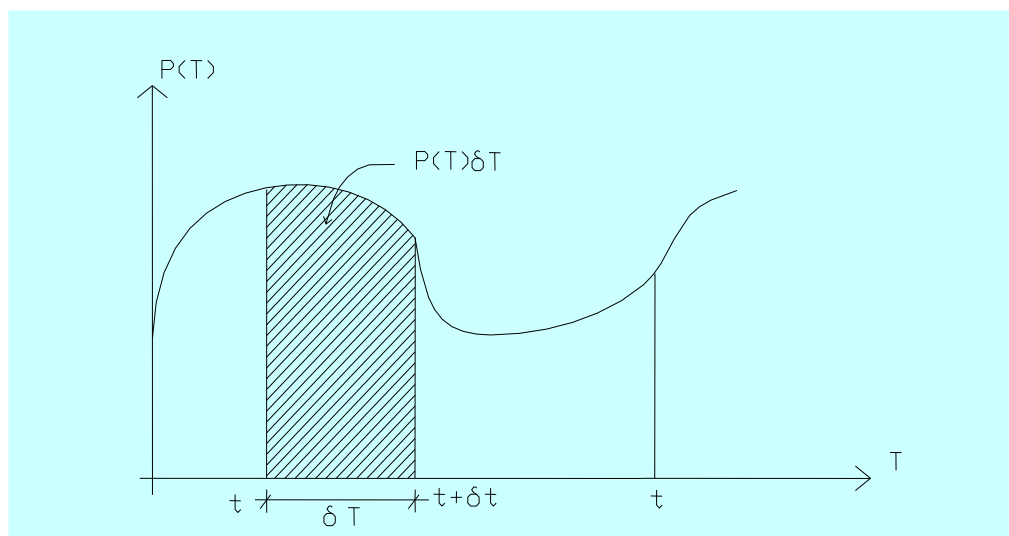
frecuencia, periodo, amplitud de fuerza, etc. El movimiento que describe este tipo de fuerza, puede ser cualquiera, como se muestra en la Figura 7:

**Figura 7. Movimiento descrito por una fuerza de carácter impulsivo.**



Este tipo de fuerzas pueden ser producidas por explosiones, impactos, etc. En la Figura 8 se ilustra por medio del área sombreada el impulso de la fuerza  $P(T)$  en el instante  $T$ , siendo igual a  $P(T)\delta T$ .

**Figura 8. Gráfica de la integral de Duhamel.**



Cuando este impulso actúa sobre un cuerpo de masa  $m$ , produce un cambio de velocidad  $\Delta v$  que expresado mediante la ley de Newton es:

$$m \frac{\partial v}{\partial \tau} = P(\tau)$$

$$\partial v = \frac{P(\tau) \partial \tau}{m}$$

Este incremento de velocidad  $\Delta v$ , a su vez puede ser considerado como la velocidad inicial de la masa  $m$  en el instante  $T$ .

Ahora si el oscilador simple sin amortiguamiento se aplica el impulso  $P(T) \Delta T$ , el oscilador en el instante  $T$  experimentará un cambio de velocidad  $\Delta v$ , introduciendo este cambio de velocidad como  $v_0$  y el desplazamiento inicial  $u_0$  como cero en la ecuación de respuesta al movimiento.

$$u = u_0 \cos(\omega t) + \frac{v_0}{\omega} \sin(\omega t)$$

En el instante  $T$  se producirá un desplazamiento en el tiempo  $t$ :

$$\partial u(t) = \frac{P(\tau) \partial \tau}{m \omega} \sin \omega(t - \tau)$$

Esto será lo que produce un solo impulso, pero si se desea ver lo que sucede ante la excitación total se debe entonces, considerar la función de la oscilación como una serie de impulsos cortos, los cuales se presentan a incrementos de tiempo  $\Delta T$ , cada uno de los cuales produce una respuesta diferencial en el tiempo  $t$  de la forma dada por la anterior ecuación.

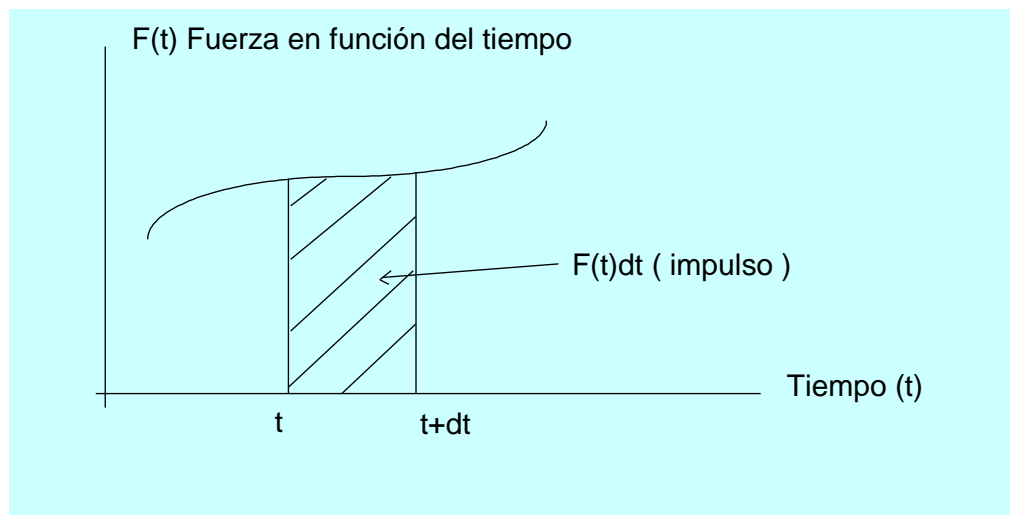
Por lo que se puede concluir que el desplazamiento total en el instante  $t$  debido a la ecuación continua de  $P(T)$  está dada por la suma o integral de los desplazamientos diferenciales  $\Delta u(t)$  desde el instante  $T = t$ , lo anterior es:

$$u(t) = \frac{1}{m\omega} \int P(\tau) \text{sen}\omega(t - \tau) d\tau$$

Esta integral es conocida como **Integral de Duhamel**.

La hipótesis para esta integral dice que una excitación impulsiva es una excitación aplicada durante un intervalo de tiempo, que puede ser relativamente corto (para el caso de una explosión). El impulso correspondiente a este tipo de excitación, se define como el producto de la fuerza por el tiempo de duración, el cual se calcula como el área bajo la curva, en la gráfica de aplicación de la fuerza (Figura 9).

**Figura 9. Aplicación de fuerza. Integral de Duhamel.**



Para incluir las condiciones  $u_0$  y  $v_0$  en el tiempo  $t = 0$ , solo es necesario incluir en la ecuación lo siguiente:

$$V_0 \quad 1$$

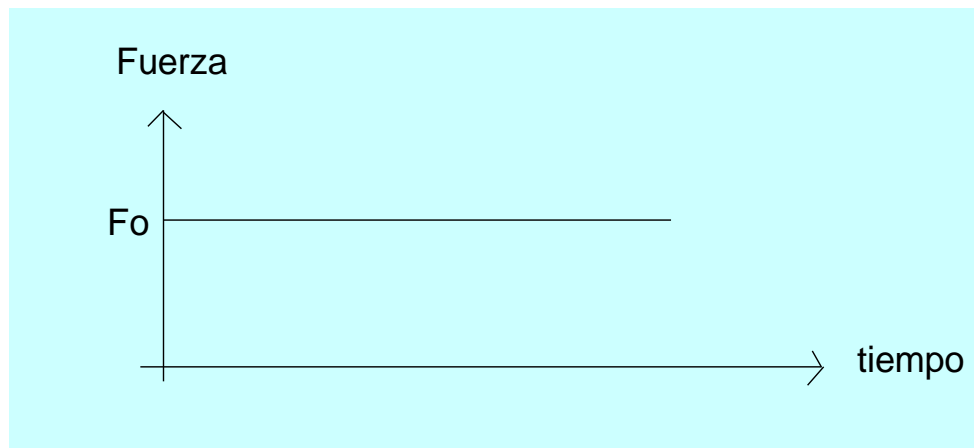
$$U(t) = u_0 \cos(\omega t) + \frac{1}{\omega} \sin(\omega t) + \frac{1}{m\omega} \int P(\tau) \sin \omega(t - \tau) d\tau$$

De esta manera obtenemos el desplazamiento total de un sistema de un grado de libertad sin amortiguamiento producido por una fuerza arbitraria. Si la expresión analítica de esta fuerza arbitraria no es conocida, la integral puede ser calculada aproximadamente, utilizando un método numérico apropiado.

A continuación se estudian aplicaciones de la ecuación para funciones simples de fuerzas.

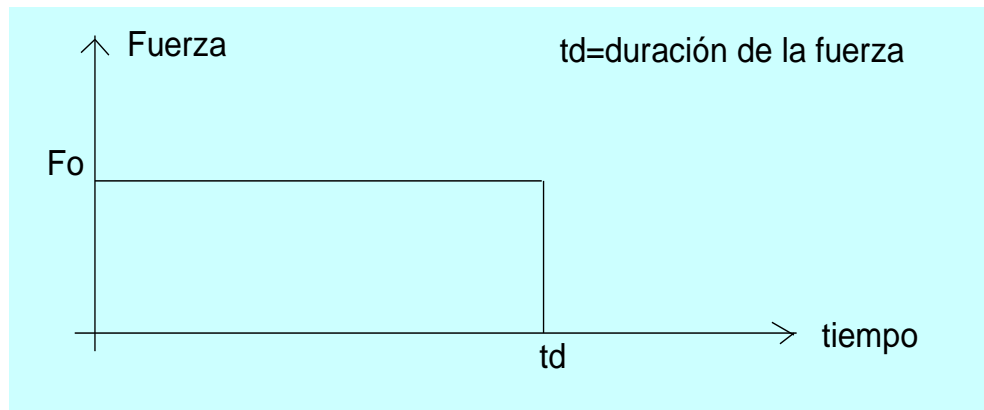
- **Fuerza constante.** Esta es la fuerza que durante un periodo de tiempo indefinido, actúa sobre la estructura con una magnitud constante. Gráficamente describe el siguiente comportamiento.

**Figura 10. Gráfica fuerza constante.**



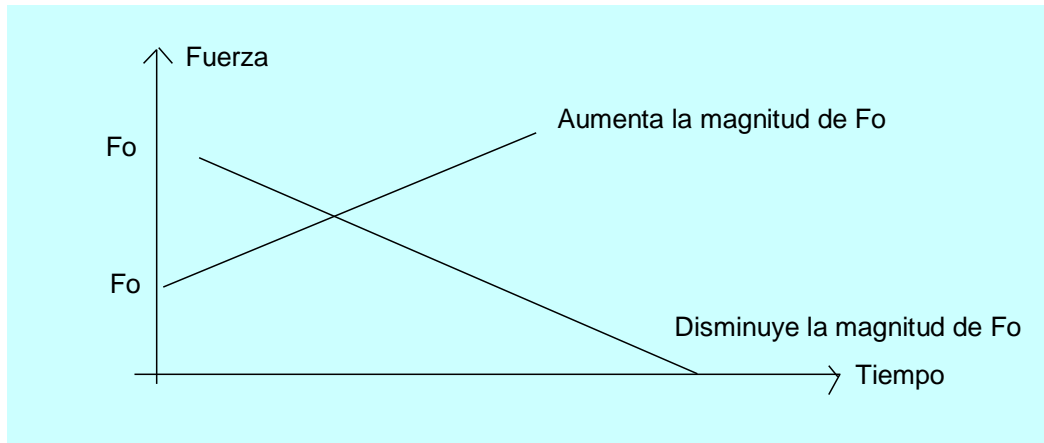
- **Fuerza rectangular.** El caso es parecido al anterior, pero la diferencia radica en el periodo de duración de la fuerza. Durante un periodo determinado de tiempo, la fuerza actúa sobre la estructura de forma constante, hasta que súbitamente desciende a cero, en un periodo determinado de tiempo. Gráficamente se representa en la Figura 11:

**Figura 11. Gráfica fuerza rectangular.**



- **Fuerza triangular.** Este tipo de fuerza es la que durante cierto periodo de tiempo actúa sobre la estructura, pero la magnitud de la fuerza va en aumento constante, hasta que súbitamente desaparece, o sucede lo contrario, la fuerza va en decremento, hasta que también súbitamente desaparece o deja de actuar. Se tiene en este mismo caso, el tipo de fuerza que disminuye gradualmente hasta llegar a magnitud igual cero. Gráficamente se representa en la Figura 12.:

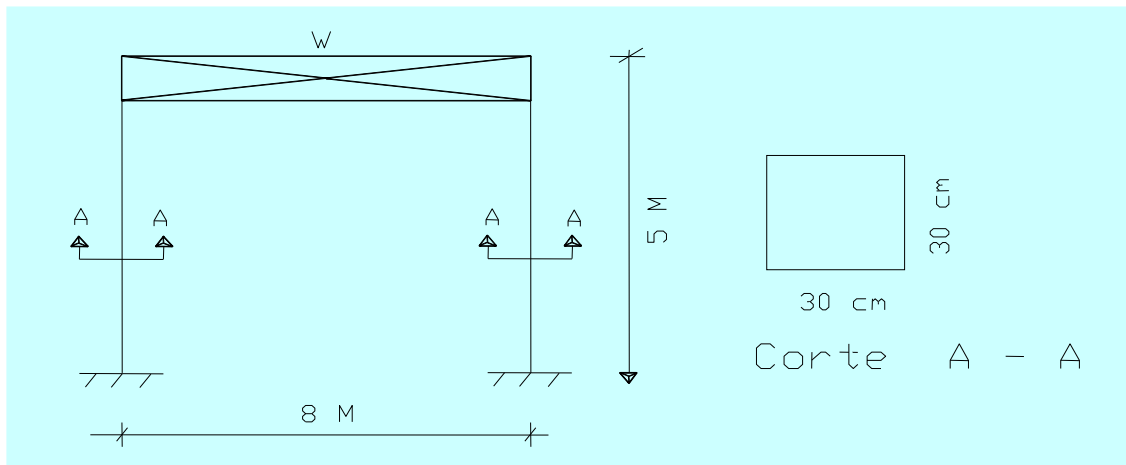
**Figura 12. Gráfica fuerza triangular.**



**Ejercicio resuelto.**

El pórtico de la figura 13 es de concreto y está destinado a la aplicación de una carga dinámica horizontal en el nivel superior. El peso de la placa se estima en  $300\text{kg/m}$ ; las dimensiones de las columnas son de  $30\text{x}30\text{cm}$ . Como parte del diseño de esta estructura se requiere determinar su frecuencia natural, y para ello se ha considerado que el coeficiente de amortiguación sea del orden del 5% de la amortiguación crítica.

**Figura 13. Pórtico de concreto.**



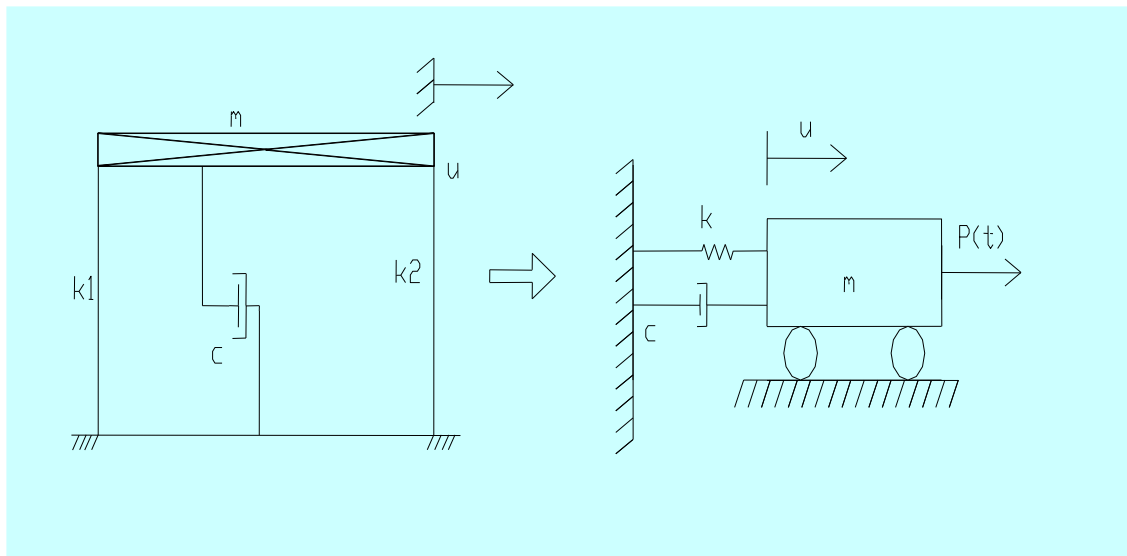
Solución: se resolverá primero desconociendo el amortiguamiento y luego, el sistema con amortiguamiento.

### 1. Idealización.

Es necesario suponer:

- La masa de columnas y muros es insignificante comparada con la masa en el piso superior.
- La viga superior es suficientemente rígida como para impedir la rotación en los extremos superiores de las columnas.

**Figura 14. Idealización.**

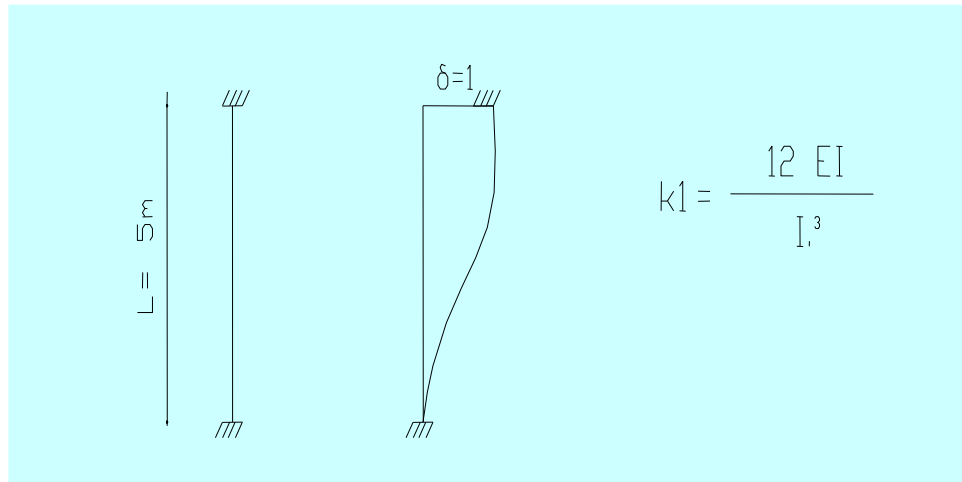


- Determinación de la propiedad de rigidez del sistema (**ke**).



Cada columna aporta una rigidez  $k_1$

**Figura 15. Determinación de la rigidez del sistema.**



Donde:

$$E = 2 \times 10^5 \text{ Kg./cm}^2$$

$$I = (1/12)(30)(30)^3 = 67500 \text{ cm}^4$$

$$L = 500 \text{ cm}$$

$$\text{Entonces: } k_i = 1296 \text{ Kg./cm.}$$

$$\text{Siendo: } k_e = 2k_i$$

$$\text{Entonces: } k_e = 2592 \text{ Kg./cm.}$$

- Determinación de la masa (m).

$$m = \frac{(8)(300) \text{ kg}}{1000 \text{ cm/sg}^2} = 2.4 \text{ kgseg}^2/\text{cm}$$

- Análisis del sistema sin amortiguación.

Frecuencia angular.

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{2592 \text{kg/cm.}}{2.4 \text{kgseg}^2/\text{cm.}}} = 32.86 \text{rad/sg}$$

Frecuencia natural.

$$f = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{32.86}{2\pi} = 5.23 \text{ c.p.s}$$

Periodo natural.

$$T = \frac{1}{F} = \frac{1}{5.23} = 0.19 \text{seg.}$$

- Análisis del sistema con amortiguamiento.

Frecuencia angular.

$$\omega_D = \omega \sqrt{1 - \xi^2} = 32.86 \sqrt{1 - (0.05)^2} = 32.86 \text{rad/seg.}$$

Frecuencia natural.

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{32.86}{2\pi} = 5.22 \text{c.p.s.}$$

Periodo natural.

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{5.22} = 0.19 \text{seg.}$$

Si se desea conocer el amortiguamiento:

$$C_{cr} = 2\sqrt{km} = 2\sqrt{(2592\text{kg/cm})(2.4\text{kgseg}^2/\text{cm})}$$

$$C_{cr} = 157.74\text{seg/cm}$$

$$C = \xi C_{cr} = (0.05)(157.74) = 7.87\text{kgseg/cm.}$$

## **2. SISTEMAS DE MULTIPLES GRADOS DE LIBERTAD**

En aquellos casos donde el modelo matemático de un solo grado de libertad no provea la respuesta dinámica exacta, puesto que la estructura no puede asumir durante su movimiento una forma única de desplazamiento, se tiene que considerar el modelo como un sistema de varios grados de libertad.

### **2.1 ECUACIÓN DE MOVIMIENTO**

Un edificio se puede modelar sencillamente definiéndolo como una estructura en la cual no existen las rotaciones en los miembros horizontales a la altura de los pisos. Para este fin la estructura se debe suponer bajo estas condiciones:

- La masa de la estructura está concentrada al nivel de los pisos.
- Las vigas en los pisos son infinitamente rígidas, con relación a la rigidez de las columnas.
- No existe relación entre la deformación de la estructura y las fuerzas axiales presentes en las columnas.

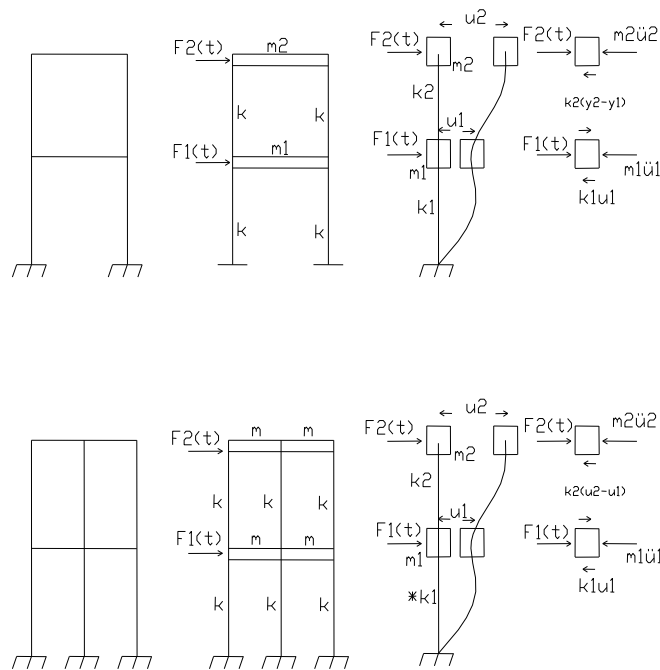
Al concentrar las masas a nivel de los pisos, el problema se transforma en uno de igual número de grados de libertad cuantas masas concentradas existan. Por ejemplo, un edificio de dos (2) pisos, tiene dos (2) grados de libertad, es decir dos (2) desplazamientos horizontales, uno a nivel de cada uno de los dos pisos.

El considerar las vigas rígidas; introduce el requisito de que las uniones entre las vigas y las columnas están fijas sin rotación.

Bajo la tercera condición, se garantiza que las vigas permanecen horizontales durante el movimiento de la estructura.

El edificio puede tener cualquier número de vanos y de igual manera se puede modelar como uno de un solo vano; idealizándolos como una sola columna, con masas concentradas a la altura de los pisos (Figura 16).

**Figura 16. Estructuras de múltiples grados de libertad.**



## 2.2 MOVIMIENTO FORZADO

El movimiento forzado se estudiará en función de los modos normales de vibración, y su respuesta total mediante la superposición de las soluciones modales independientes, o sea, reduciendo el problema de encontrar la respuesta de un sistema con múltiples grados de libertad a la determinación de las respuestas de sistemas con un solo grado de libertad.

**2.2.1 Método de superposición modal.** Partiendo de las ecuaciones de movimiento para el caso particular de un edificio con dos niveles (dos grados de libertad):

$$M_1\ddot{u}_1 + (k_1 + k_2)u_1 - k_2u_2 = F_1(t)$$

$$M_2\ddot{u}_2 + k_2u_1 + k_2u_2 = F_2(t)$$

$$\begin{pmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \end{pmatrix}$$

Es decir:

$$[M] \{\ddot{u}\} + [k] \{u\} = \{F(t)\}$$

Se transforma este sistema de ecuaciones dependientes (sistema acoplado) en un sistema de ecuaciones independientes (sistema desacoplado), es decir, que cada ecuación contenga una sola incógnita en función del tiempo. Para ello es necesario expresar la solución en función de cada modo.

$$\{U\} = [\Phi] \{Z\}$$

Siendo:

$\{Z\}$ : coeficientes que determinan la contribución de cada modo, las cuales corresponden a funciones generales del tiempo.

$[\emptyset]$ : matriz modal del sistema.

Introduciendo la anterior transformación de coordenadas en la ecuación de movimiento se tiene:

$$[M] [\emptyset] \{\ddot{z}\} + [K] [\emptyset] \{Z\} = \{F(t)\}$$

Multiplicando lo anterior por el vector modal  $i$  transpuesto  $\{\emptyset\}_i^T$

$$\{\emptyset\}_i^T [M] [\emptyset] \{\ddot{z}\} + \{\emptyset\}_i^T [K] [\emptyset] \{Z\} = \{\emptyset\}_i^T \{F(t)\}$$

Dadas las relaciones de ortogonalidad que dicen:

$$\{\emptyset\} [M] [\emptyset] = 1$$

$$\{\emptyset\}_i^T [K] [\emptyset] = w_i^2$$

Por lo tanto las ecuaciones de movimiento pueden ser escritas por  $n$  ecuaciones desacopladas de la forma:

$$\ddot{Z}_i + w_i^2 Z_i = P_i(t), \quad i = 1, 2, 3, \dots, n.$$

Donde:

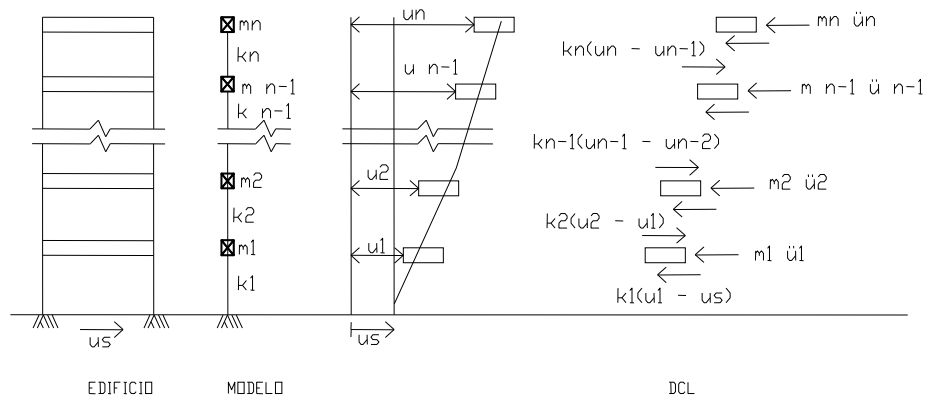
$$P_i(t) = \emptyset_{1i} F_1(t) + \emptyset_{2i} F_2(t) + \dots + \emptyset_{ni} F_n(t)$$

$n$ : numero de grados de libertad.

### 2.3 RESPUESTA AL MOVIMIENTO EN LA BASE.

Las ecuaciones de movimiento para un edificio, modelado como simple, de  $n$  pisos excitado en su base, son iguales a (ver Figura 17):

**Figura 17. Movimiento de un pórtico simple excitado en su base.**



$$m_1 \ddot{u}_1 + k_1 (u_1 - u_s) - k_2 (u_2 - u_1) = 0 \quad (1)$$

$$m_2 \ddot{u}_2 + k_2 (u_2 - u_1) - k_3 (u_3 - u_2) = 0 \quad (2)$$

$$m_n \ddot{u}_n + k_n (u_n - u_{n-1}) = 0 \quad (n)$$

Reemplazando los desplazamientos por expresiones en función de desplazamiento del suelo  $u_s$ , se tiene:

$$y_i = u_i - u_s$$

$$u_i = y_i + u_s$$

Donde:  $i = 1$  hasta  $n$ .



Se tiene:

$$m_1 \ddot{y}_1 + k_1 y_1 - k_2 (y_2 - y_1) = -m_1 \ddot{u}_s \quad (1)$$

$$m_2 \ddot{y}_2 + k_2 (y_2 - y_1) - k_3 (y_3 - y_2) = -m_2 \ddot{u}_s \quad (2)$$

$$m_n \ddot{y}_n + k_n (y_n - y_{n-1}) = -m_n \ddot{u}_s \quad (n)$$

Las anteriores ecuaciones pueden ser escritas de la forma:

$$[M] \{\ddot{y}\} + [K] \{y\} = -[M] \{1\} \ddot{u}_s(t)$$

Siendo:

$\{1\}$ : vector cuyos elementos son iguales a 1.

$\ddot{u}_s(t)$ : aceleración aplicada a la fundación del edificio.

Determinando la matriz modal  $[\Phi]$  de la solución del problema característico:

$$[[K] - w^2 [M]] \{\Phi\} = 0$$

y aplicando la transformación:

$$\{y\} = [\Phi] \{Z\}$$

En las ecuaciones diferenciales arriba mencionadas, llegamos a:

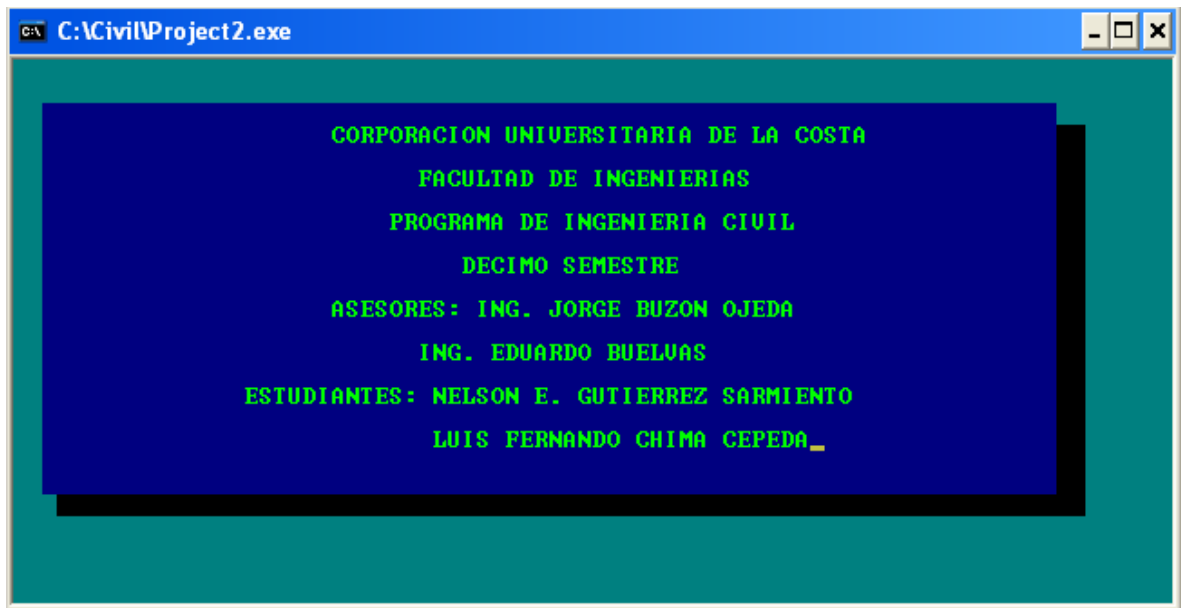
$$\{\Phi\}_i^T [M] [\Phi] \{\ddot{z}\} + \{\Phi\}_i^T [K] [\Phi] \{Z\} = -\{\Phi\}_i^T [M] \{1\} \ddot{u}_s(t)$$

### 3. MANUAL DEL USUARIO

- **ARRANQUE DEL PROGRAMA**

Para iniciar el programa haga doble clic en el icono llamado Project2.exe en el Explorador de Windows o desde Mi Pc.

Automáticamente se visualiza una ventana de bienvenida con la siguiente apariencia:

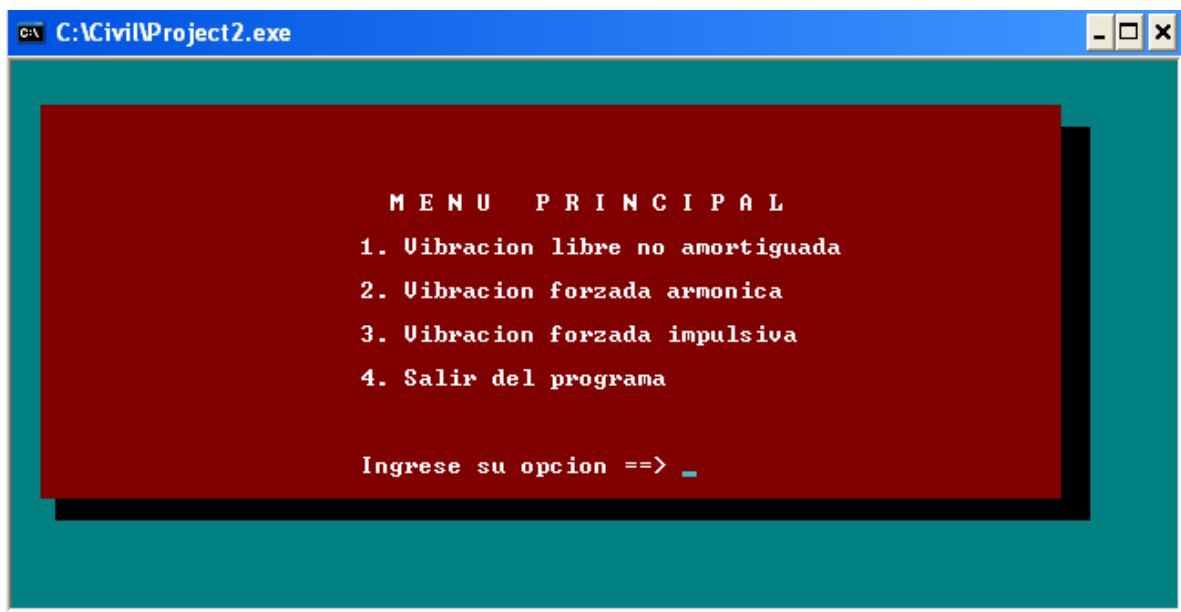


Esta ventana especifica la información académica que habla sobre la Universidad donde se desarrolló el proyecto, la facultad, semestre y cierta información sobre el autor y el tutor del programa

- **EL MENU PRINCIPAL**

Al presionar cualquier tecla se muestra en la siguiente ventana el Menú principal. Este menú muestra todas las opciones que soporta el programa incluyendo la opción de para abandonarlo.

A continuación se visualiza la apariencia de este componente del programa.



- **VIBRACIÓN LIBRE NO AMORTIGUADA**

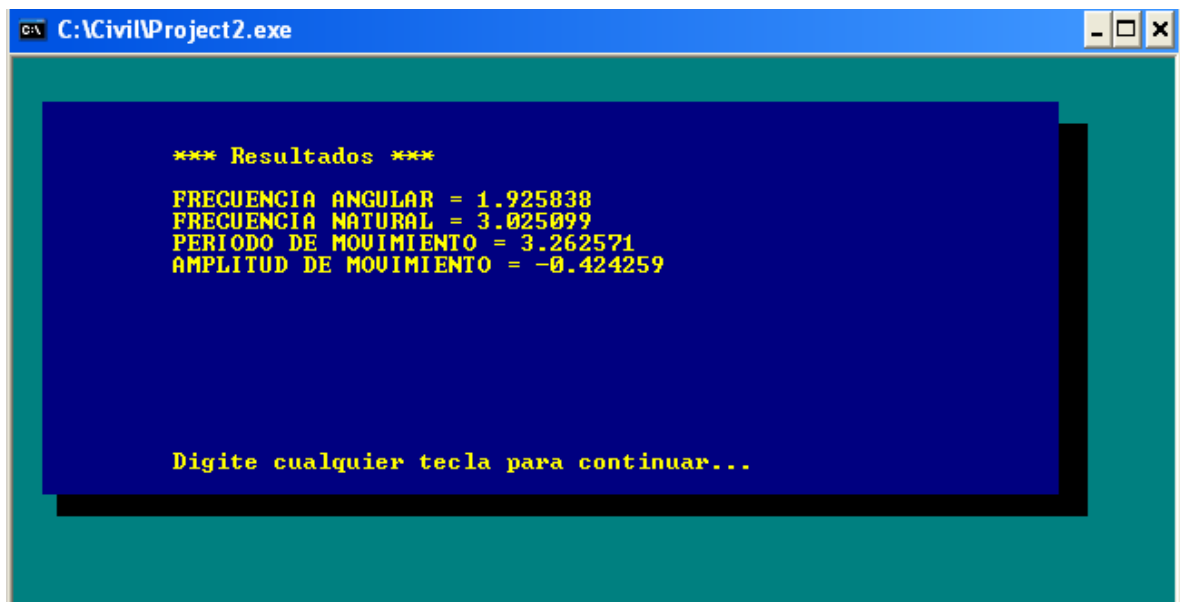
Es la primera opción del programa que se activa al digitar el numero “1” y presionar <<ENTER>>. Esta opción permite mostrar de primero una leyenda descriptiva de las condiciones físicas dadas en la Vibración Libre No Amortiguada tal como se ilustra en el siguiente cuadro:



Al presionar cualquier tecla se pasa a la solicitud de datos iniciales para realizar los cálculos. Un ejemplo de esta opción podría ser:



Los resultados generados con esta opción despliegan como en el siguiente cuadro:



Las opciones 2 y 3 se tienen el mismo comportamiento de la opción número 1 y muestran cuadros de diálogo parecidos pero cada una de ellas respetando sus propias condiciones físicas.

- **ABANDONAR EL PROGRAMA**

Para salir definitivamente del programa y abandonar su ejecución seleccione la opción número 4 ó presione en el botón cerrar de la ventana principal

#### 4. DESARROLLO DEL ALGORITMO

```
#include <math.h>
#include <iostream.h>
#include <conio.h>
void limpiar(){
    clrscr();
}
void presentacion(){
    textbackground(3);
    clrscr();
    window(4,4,74,21);
    textbackground(8);
    clrscr();
    window(3,3,72,20);
    textbackground(9);
    textcolor(10);
    limpiar();
    gotoxy(21,2);cout<<"CORPORACION UNIVERSITARIA DE LA
COSTA";
    gotoxy(27,4);cout<<"FACULTAD DE INGENIERIAS";
    gotoxy(25,6);cout<<"PROGRAMA DE INGENIERIA CIVIL";
    gotoxy(30,8);cout<<"DECIMO SEMESTRE";

    gotoxy(21,10);cout<<"ASESORES: ING. JORGE BUZON OJEDA";
    gotoxy(27,12);cout<<"ING. EDUARDO BUELVAS";
    gotoxy(15,14);cout<<"ESTUDIANTES: NELSON E. GUTIERREZ
SARMIENTO";
    gotoxy(28,16);cout<<"LUIS FERNANDO CHIMA CEPEDA";
```

```

        getche();
    }
void v_libre_no_amortiguada(){
    textbackground(9);
    textcolor(15);

    limpiar();
    double b,h,pe,e,l,af,di,i,k,w,f,c,p,pi=3.141592;
    gotoxy(10,3);cout<<"VIBRACION LIBRE NO AMORTIGUADA";
    gotoxy(10,5);cout<<"La estructura vibra bajo la accion de fuerzas";
    gotoxy(10,6);cout<<"inerciales en el sistema y en ausencia de";
    gotoxy(10,7);cout<<"fuerzas externas o movimientos en el terreno.";
    gotoxy(10,8);cout<<"Corresponde a una estrcutura sencilla que solo";
    gotoxy(10,9);cout<<"vibra bajo la accion de fuerzas gravitacionales";
    gotoxy(10,10);cout<<"causadas sobre la masa de los elementos.";
    gotoxy(10,17);cout<<"Digite cualquier tecla para continuar...";
    getche();
    clrscr();
    gotoxy(10,3);cout<<"SUMINISTRE LOS SIGUIENTES DATOS DEL
ELEMENTO A ANALIZAR\n\n";
    gotoxy(10,5);cout<<"Base: "; cin>>b;
    gotoxy(10,6);cout<<"Altura: "; cin>>h;
    gotoxy(10,7);cout<<"Peso del elemento: "; cin>>pe;
    gotoxy(10,8);cout<<"Modulo de elasticidad: "; cin>>e;
    gotoxy(10,9);cout<<"Longitud del elemento: "; cin>>l;
    gotoxy(10,10);cout<<"Angulo de fase: "; cin>>af;
    gotoxy(10,11);cout<<"Desplazamiento inicial: "; cin>>di;
    textcolor(14);
    clrscr();
    gotoxy(10,3);cout<<"*** Resultados ***";
    i = (b * h * h * h) /12;

```

```

k=3*e*i/l/l/l;
w=sqrt(k*9.8/pe);
f=w/2*pi;
c=di/w*cos(af);
p=2*pi/w;
gotoxy(10,5);cout<<"FRECUENCIA ANGULAR = "<<w;
gotoxy(10,6);cout<<"FRECUENCIA NATURAL = "<<f;
gotoxy(10,7);cout<<"PERIODO DE MOVIMIENTO = "<<p;
gotoxy(10,8);cout<<"AMPLITUD DE MOVIMIENTO = "<<c;

gotoxy(10,17);cout<<"Digite cualquier tecla para continuar...";
getche();
}
void v_forzada_armonica(){
    textbackground(9);
    textcolor(15);

    limpiar();
    double b,h,pe,e,l,af,di,i,ff,mf,k,w,f,c,p,pi=3.141592;
    double rf;
    gotoxy(10,3);cout<<"VIBRACION FORZADA ARMONICA  ";
    gotoxy(10,5);cout<<"La vibracion bajo estas caracteristicas se  ";
    gotoxy(10,6);cout<<"refiere a las estructuras sometidas a fuerzas";
    gotoxy(10,7);cout<<"externas que inducen el movimiento, la fuerza
es";
    gotoxy(10,8);cout<<"de caracter armonico, lo cual quiere decir que ";
    gotoxy(10,9);cout<<"tiene frecuencia, periodo, amplitud,etc.  ";
    gotoxy(10,17);cout<<"Digite cualquier tecla para continuar...";
    getche();
    clrscr();
}

```



```

gotoxy(10,3);cout<<"SUMINISTRE LOS SIGUIENTES DATOS DEL
ELEMENTO A ANALIZAR\n\n";
gotoxy(10,5);cout<<"Base: "; cin>>b;
gotoxy(10,6);cout<<"Altura: "; cin>>h;
gotoxy(10,7);cout<<"Peso del elemento: "; cin>>pe;
gotoxy(10,8);cout<<"Modulo de elasticidad: "; cin>>e;
gotoxy(10,9);cout<<"Longitud del elemento: "; cin>>l;
gotoxy(10,10);cout<<"Angulo de fase: "; cin>>af;
gotoxy(10,11);cout<<"Desplazamiento inicial: "; cin>>di;
gotoxy(10,12);cout<<"Frecuencia de la fuerza exitatriz: "; cin>>ff;
gotoxy(10,13);cout<<"Magnitud de la fuerza exitatriz: "; cin>>mf;
textcolor(14);
textcolor(14);
clrscr();
cout<<"*** Resultados *** ";
i = (b * h * h * h) /12;
k=3*e*i/l/l;
w=sqrt(k*9.8/pe);
f=w/2*pi;
c=di/w*cos(af);
p=2*pi/w;
rf = ff/w;
gotoxy(10,5);cout<<"FRECUENCIA ANGULAR = "<<w<<"\n";
gotoxy(10,6);cout<<"FRECUENCIA NATURAL = "<<f<<"\n";
gotoxy(10,7);cout<<"PERIODO DE MOVIMIENTO = "<<p<<"\n";
gotoxy(10,8);cout<<"AMPLITUD DE MOVIMIENTO = "<<c<<"\n";
gotoxy(10,9);cout<<"RAZON DE FRECUENCIAS = "<<rf<<"\n";
gotoxy(10,10);cout<<"\n\n";
gotoxy(10,17);cout<<"Digite cualquier tecla para continuar...";
getche());

```

```

}
void v_forzada_impulsiva(){
    textbackground(9);
    textcolor(15);

    limpiar();
    double b,h,pe,e,l,af,di,i,ff,mf,k,w,f,c,p,pi=3.141592,ca,razon,ac;
    double rf;
    gotoxy(10,3);cout<<"SUMINISTRE LOS SIGUIENTES DATOS DEL
ELEMENTO A ANALIZAR\n\n";
    gotoxy(10,5);cout<<"Base: "; cin>>b;
    gotoxy(10,6);cout<<"Altura: "; cin>>h;
    gotoxy(10,7);cout<<"Peso del elemento: "; cin>>pe;
    gotoxy(10,8);cout<<"Modulo de elasticidad: "; cin>>e;
    gotoxy(10,9);cout<<"Longitud del elemento: "; cin>>l;
    gotoxy(10,10);cout<<"Angulo de fase: "; cin>>af;
    gotoxy(10,11);cout<<"Coeficiente de amortiguamiento: "; cin>>ca;
    gotoxy(10,12);cout<<"Desplazamiento inicial: "; cin>>di;
    gotoxy(10,13);cout<<"Frecuencia de la fuerza exitatriz: "; cin>>ff;
    gotoxy(10,14);cout<<"Magnitud de la fuerza exitatriz: "; cin>>mf;
    clrscr();
    textcolor(14);
    gotoxy(10,3);cout<<"*** Resultados ***";
    i = (b * h * h * h) /12;
    k=3*e*i/l/l;
    w=sqrt(k*9.8/pe);
    f=w/2*pi;
    c=di/w*cos(af);
    p=2*pi/w;
    ac = 2*sqrt(k*9.8/w);
    razon = ca/ac;

```

```

    rf = ff/w;
    gotoxy(10,5);cout<<"FRECUENCIA ANGULAR = "<<w<<"\n";
    gotoxy(10,6);cout<<"FRECUENCIA NATURAL = "<<f<<"\n";
    gotoxy(10,7);cout<<"PERIODO DE MOVIMIENTO = "<<p<<"\n";
    gotoxy(10,8);cout<<"AMPLITUD DE MOVIMIENTO = "<<c<<"\n";
    gotoxy(10,9);cout<<"RAZON DE AMORTIGUAMIENTO =
"<<razon<<"\n";
    gotoxy(10,10);cout<<"RAZON DE FRECUENCIAS = "<<rf<<"\n";
    gotoxy(10,17);cout<<"Digite cualquier tecla para continuar...";
    getch();
}

```

```

int opc;
void main (void){
    presentacion();

```

```

    do{
        textbackground(12);
        textcolor(15);
        limpiar();
        gotoxy(25,5);cout<<"M E N U   P R I N C I P A L ";
        gotoxy(23,7);cout<<"1. Vibracion libre no amortiguada\n";
        gotoxy(23,9);cout<<"2. Vibracion forzada armonica\n";
        gotoxy(23,11);cout<<"3. Vibracion forzada impulsiva\n";
        gotoxy(23,13);cout<<"4. Salir del programa\n\n";
        gotoxy(23,17);cout<<"Ingrese su opcion ==> ";
        cin>>opc;
        if (opc == 1){
            v_libre_no_amortiguada();
        }
    }

```

```
    if (opc == 2){
        v_forzada_armonica();
    }
    if (opc == 3){
        v_forzada_impulsiva();
    }

}while (opc!=4);

}
```

## CONCLUSION

Este trabajo deja mucha enseñanza en cuanto a lo que significa “investigación”. Durante el tiempo que duró esta investigación, los integrantes de este grupo de trabajo nos dimos cuenta de la gran responsabilidad y dedicación que acarrea realizar un trabajo de este tipo. Pero al final se siente una enorme satisfacción al saber que todo lo que se hizo, el tiempo dedicado, los gastos, etc., valió la pena.

Se pueden dar dos conclusiones generales, que son:

- El lenguaje de programación utilizado tiene limitaciones, las cuales no permiten que el programa sea más vistoso y animado, con lo cual se logra llamar la atención del usuario y motivarlo a usarlo con frecuencia.
- El objetivo general se cumplió, logrando con ello que el programa sea un éxito y sea de gran ayuda para los estudiantes de la Corporación Universitaria de la Costa, lo cual es nuestro propósito.

## **BIBLIOGRAFIA**

BEER, Ferdinand P. y RUSSEL JHOMNSTON E. Jr. Mecánica vectorial para ingenieros. Dinámica. 5<sup>ed</sup> edición revisada. Editorial MC GRAW HILL.

GARCIA REYES, Luis Enrique. Dinámica estructural aplicada al diseño sísmico. Universidad de los Andes. Facultad de ingeniería civil. Departamento de ingeniería civil. Bogota 1998.

MALDONADO RONDON, Esperanza y CHIO CHO, Gustavo. Dinámica estructural. Universidad Industrial de Santander. Facultad de ciencias físico – mecánicas. Escuela de ingeniería civil.

PAZ, Mario. Dinámica estructural. Teoría y cálculo. Editorial REVERTE S.A. 1922.

# ANEXO

## INTRODUCCION

La ingeniería civil y en especial la ingeniería estructural, como una de sus especialidades, basan la gran mayoría de los modelos matemáticos de análisis y diseño estructural de edificaciones, en principios básicos de la matemática, la física y la dinámica.

La aplicación de toda esta teoría básica, nos ha permitido desarrollar una serie de modelos de comportamiento estructural de edificaciones ante diferentes tipos de carga. Inicialmente tenemos las cargas debidas al peso propio de la edificación, o sea es aquella carga que produce el peso de cada uno de los materiales de la que esta constituida la estructura; su dirección de aplicación es vertical y hacia abajo, producto de los efectos gravitacionales; de otra parte tenemos las cargas debidas al uso (vivienda, oficina, bibliotecas, muelles, colegios, universidades, etc.), cuya dirección de aplicación es igual a la de las cargas por peso propio, y finalmente tenemos las cargas externas, que son las cargas dinámicas ocasionadas por eventos externos, cuya dirección y magnitud puede ser en cualquier sentido, dependiendo de la fuente que lo origine. Normalmente estas cargas externas tienen un sentido de aplicación horizontal en sentido derecha-izquierda o viceversa.

Con el nombre de dinámica estructural, se nombra el área de la ingeniería estructural que estudia el comportamiento de las edificaciones, debido a la acción de las fuerzas externas, las cuales son producidas generalmente por sismos en el sitio de construcción de la edificación. Claro esta que los sismos no son las únicas fuerzas externas a la que están sometidas las edificaciones.

Existen otros tipos de fuerzas que producen sobre las edificaciones comportamientos similares a los de la fuerza sísmica.



El viento, el empuje de agua por oleaje del mar y corrientes fluviales, las voladuras o explosiones, las vibraciones del motor de una maquina, entre otras, son las diferentes fuerzas a las que hacemos mención en el párrafo anterior, o sea, fuerzas aplicadas en sentido horizontal sobre edificaciones.

Este trabajo de investigación pretende aportarle al estudiante de pregrado de ingeniería civil, las herramientas básicas requeridas para modelar el comportamiento de edificaciones, sometidas a estas fuerzas externas.

## 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La obtención de los modos de vibración en edificaciones, es uno de los problemas que el ingeniero civil, inclusive desde su época de estudiante, tiene que solucionar cada vez que desea realizar un cálculo estructural.

La Norma Colombiana de Diseño Sismo Resistente de 1998 (NSR-98), especifica y obliga al cálculo de los modos de vibración de una edificación o estructura, bajo la “modelación y aplicación de modelos dinámicos de cálculo”, dependiendo de características como: número de pisos o altura de la edificación, zona de amenaza sísmica donde se construirá la edificación, el tipo de suelo de fundación, grado de importancia de la edificación, etc.

Por este motivo, es que se convierte en importante la aplicación de estos modelos a sistemas de un grado de libertad, o sea, a edificaciones simples, en las cuales la metodología es sencilla y fácil de comprender, hecho que facilitará la comprensión y posterior aplicación a sistemas de múltiples grados de libertad (edificaciones de alturas iguales o mayores a dos pisos).

Estos modelos dinámicos de cálculo, plantean como posibles metodologías de solución, métodos numéricos programables en lenguajes computacionales, tales como: c++, Basic, Pascal, etc.

El problema, así como lo menciona el título del presente trabajo de investigación, lo constituye la aplicación de los modelos básicos de la física y la dinámica, utilizando métodos numéricos programados en un lenguaje computacional, con el propósito de determinar el modo de vibración de estructuras de un grado y de varios grados de libertad.

Se pretende programar en lenguaje computacional c++, mediante la implementación de una serie de rutinas y menús de escogencia, los diferentes modelos básicos del comportamiento estructural, que se pueden presentar dependiendo del tipo, magnitud, dirección e intensidad de la carga externa actuante sobre la estructura.

De esta forma se pueden plantear los siguientes interrogantes:

- ¿Qué diferencia existe entre sistemas de un grado y varios grados de libertad?
- ¿Qué es amortiguamiento?
- ¿Cuántos tipos de amortiguamiento existen?
- ¿Qué quiere decir vibración libre y vibración forzada de estructuras?
- ¿Cuántas clases de vibraciones forzadas existen?
- ¿Es posible utilizar el lenguaje computacional c++ como lenguaje para programar las rutinas de análisis?

## **2. JUSTIFICACION DEL ESTUDIO**

Como ya se mencionó anteriormente, el hecho de aplicar estos métodos dinámicos de cálculo, de los cuales habla la Norma Colombiana de Diseño Sismo Resistente de 1998, para obtener el modo de vibración de una estructura simple, facilitará la aplicación y mejor comprensión de esta misma metodología a sistemas de múltiples grados de libertad.

La dinámica estructural básica, se convierte de esta forma, en una herramienta de gran ayuda para el estudiante de pregrado de ingeniería civil, pues le proporciona de manera simple y expedita, la información básica que requiere para calcular los “modos de vibración de estructuras de uno y de varios grados de libertad”, aplicando métodos numéricos de solución aceptadas por la NSR-98 y la programación numérica en lenguaje computacional.

### **3. OBJETIVOS**

#### **3.1 OBJETIVO GENERAL**

Crear un software de rutina de análisis y solución de sistemas de uno y varios grados de libertad, a vibración libre y a vibración forzada, usando el lenguaje computacional conocido como c++, siguiendo la metodología que tiene especificada la Norma Sismo Resistente Colombiana de 1998.

#### **3.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS**

- Identificar claramente la diferencia entre sistemas de un grado de libertad y sistemas de varios grados de libertad.
- Conocer e identificar claramente el concepto de amortiguamiento.
- Establecer diferencias entre amortiguamiento viscoso y amortiguamiento no viscoso.
- Identificar y establecer claros conceptos sobre amortiguamiento crítico, subcrítico y sobreamortiguamiento.
- Definir el concepto de resonancia y su importancia en el diseño estructural.
- Definir los conceptos vibraciones libres y forzadas, establecer diferencias y las diferentes clases de vibraciones forzadas.
- Programar en c++ los diferentes modelos matemáticos que existen, para resolver el problema de determinar el modo de vibración de sistemas de uno y de varios grados de libertad.

#### 4. MARCO TEORICO

La dinámica dentro del contexto de la mecánica, es la encargada de estudiar el comportamiento de los cuerpos, desde dos puntos de vista.

El primer punto de vista es estudiar que sucede con el comportamiento de los cuerpos, pero estudiar el movimiento en sí, o sea, medir velocidades, aceleraciones, desplazamientos, rotaciones, giros, tiempos de ocurrencia, etc, sin hacer referencia a que fue lo que ocasionó el movimiento. Este primer punto de vista se conoce como **cinemática**.

El otro punto de vista, llamado **cinética**, estudia la relación entre las fuerzas actuantes sobre la estructura o cuerpo y el movimiento que estas causan, es decir, que este punto de vista si se interesa por saber y estudiar que fenómeno ocasiono el movimiento. El estudio de la dinámica desde este punto de vista, permite predecir futuros movimientos ante cargas o fuerzas, a partir de un movimiento esperado o causado, conocer que tipo de fuerza o carga causo o causará el movimiento.

Ahora bien, la dinámica estructural estudia las vibraciones de los cuerpos flexibles, y para esto se basa en las leyes de Newton, leyes formuladas por el físico y matemático noble ingles Sir Isaac Newton (1642-1727), que a continuación se enumeran:

- Primera ley: “todo cuerpo permanece en su estado de reposo o movimiento, uniforme, rectilíneo, a menos que sea obligado a cambiar de ese estado, a causa de la aplicación de cualquier tipo de carga o fuerza”.

- Segunda ley: “la fuerza que actúa sobre un cuerpo y causa movimiento, es igual a la tasa de cambio del momentum del cuerpo”.
- Tercera ley: “a toda acción se opone siempre una reacción de igual magnitud y sentido contrario”; o, “las acciones mutuas entre dos cuerpos son siempre iguales y opuestas”.

A la primera ley se le conoce como ley de inercia, a la segunda como ley del movimiento y a la tercera como ley de acción-reacción.

En ese mismo orden de ideas, la dinámica estructural, basa sus principios de análisis y aplicación estructural, en la dinámica pura, la que se desarrolló desde la época de Sir Isaac Newton con estas tres leyes de la física.

Por este motivo es que se puede decir, que la dinámica estructural es una ciencia madura, pues se vino desarrollando desde los años 1700.

Con el pasar de todos estos años, han sido muchos los autores que se han apoyado en la dinámica clásica, para ir depurando, reconceptualizando y redefiniendo muchos modelos matemáticos y formas de solucionarlos; es decir, en la medida en que se va avanzando tecnológicamente, se ha ido teniendo certeza, exactitud y confiabilidad en la medición de esfuerzos, fuerzas, movimientos, pesos, etc., que redundan en exactitud de predicción de movimientos, fuerzas y velocidades, etc., presentes o actuantes en las estructuras estudiadas.

En la actualidad se cuenta con estudios y reconceptualizaciones, hechas por ingenieros estructurales, que le dan o buscan la mejor y más eficiente y eficaz aplicabilidad de todas estas normas, modelos matemáticos y principios de la dinámica estructural moderna a las estructuras a construir hoy en día.

En Colombia se cuenta con los siguientes organismos, que constantemente están estudiando los fenómenos dinámicos de las estructuras. También existen normas y especificaciones de estudios y análisis dinámico de las estructuras, promulgadas en Colombia o adoptadas de otros países técnica y tecnológicamente mas avanzados:

- Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica.
- Sociedad Colombiana de Ingenieros. Comisiones de Sismología y Estructuras.
- Norma Colombiana de Diseño Sismo Resistente NSR-98.
- Código ACI (American Concrete Institute).

#### **4.1 DEFINICION DE TERMINOS BASICOS**

- Sistema estructural: con este nombre se conoce el conjunto de elementos (vigas, losas, columnas, cimentaciones, etc.), que unidos entre sí, de una manera adecuada, permiten el uso de la estructura resultante, cumpliendo una función estructural.
- Sistema discreto: es el sistema estructural que posee un número finito de grados de libertad.
- Sistema continuo: es el sistema estructural que posee un número infinito de grados de libertad.
- Grado de libertad: con este nombre se conoce la ubicación o posición, en un plano de coordenadas conocido, cualquier punto de una estructura, en cualquier instante de tiempo.



- Modo de vibración: con este nombre se designa al desplazamiento, deformación o movimiento que sufre una estructura, en un punto cualquiera de ella, después que es sometido a cualquier tipo de carga o fuerza actuante y que puede ser medido o determinado en cualquier instante de tiempo.
- Sistema de un grado de libertad: con este nombre se le conoce a las estructuras, que después de entrar en uso y se ven sometidos a la acción de cualquier tipo de carga o fuerza actuante, sólo tiene la posibilidad de moverse, vibrar, desplazarse o deformarse de una sola forma o modo de vibración.
- Sistema de múltiples grados de libertad: con este nombre se conoce a las estructuras que después de entrar en uso, y se ven sometidos a la acción de cualquier tipo de carga o fuerza actuante, tiene la posibilidad de moverse, vibrar, desplazarse o deformarse de varias maneras, formas o modos de vibración y en dos o mas sitios de la estructura.
- Amortiguamiento: el movimiento de un cuerpo o sistema tiene la tendencia a disminuir o disiparse por la acción de fuerzas friccionantes que actúan en el sistema. Al fenómeno en conjunto y a todos los elementos que en este proceso intervienen, se le conoce como amortiguamiento.
- Amortiguamiento viscoso: es el movimiento causado gracias a la fricción y oposición al movimiento, que un medio viscoso ejerce sobre una estructura. Este medio viscoso puede ser un fluido de densidad diferente a la del aire como el aceite y otros fluidos similares.

- Amortiguamiento no viscoso: es el caso contrario al descrito en el numeral anterior.
- Amortiguamiento crítico: es el amortiguamiento que causa sobre la estructura un comportamiento no periódico del movimiento. O sea que no hay oscilaciones, sino, que el sistema regresa lo más rápido posible a su condición de reposo.
- Amortiguamiento subcrítico: es el amortiguamiento que permite oscilaciones periódicas a medida que se disipa el movimiento del sistema. La gran mayoría de estructuras se diseñan para este tipo de amortiguamiento, o sea, para valores de amortiguamiento menores que el del amortiguamiento crítico.
- Amortiguamiento sobre-amortiguado: al igual que el anterior, este causa sobre la estructura un comportamiento no periódico, pero con la diferencia de que este tipo de amortiguamiento causa lentitud en el movimiento.
- Resonancia: con este nombre se conoce el fenómeno mediante el cual la estructura entra en movimiento aumentando la intensidad, amplitud y periodo del movimiento, en la medida en que pasa el tiempo, hasta que llega el momento en que se sobrepasa la resistencia del material, causando la falla estructural y el colapso de la estructura. Este fenómeno sucede cuando la magnitud de la frecuencia angular del sistema estructural es igual a la magnitud de la frecuencia angular de la fuerza actuante sobre el sistema.
- Vibración libre: es la vibración o movimiento de la estructura causado solamente por la acción del peso propio de la misma. O sea que el

movimiento es causado por la acción de las fuerzas gravitacionales presentes en la naturaleza.

- Vibración forzada: es la vibración causada por la acción de cualquier fuerza externa actuante o mecanismo que no hace parte del sistema estructural. A este tipo de vibraciones también se le conoce como vibraciones dinámicas.

## 5. DISEÑO METODOLOGICO

Para el diseño metodológico, se tendrá en cuenta el tipo de investigación, los métodos utilizados, las técnicas empleadas para la recolección de información y los instrumentos utilizados para recoger la información.

### 5.1 TIPO DE INVESTIGACION

Partiendo de la base de que ya el conocimiento esta dado, y lo que se busca es facilitar el aprendizaje del mismo en los estudiantes de octavo semestre de ingeniería civil, en la cátedra de dinámica estructural, se puede decir que el tipo de estudio es **exploratorio**, pues se busca que el estudiante investigue los temas de la dinámica estructural que puedan ser traducidos en el lenguaje computacional C++.

También se puede decir que es un tipo de investigación de carácter **aplicativo**, pues se basa en la aplicación de los modelos básicos de las matemáticas, la física y la dinámica, para desarrollar conceptos y aplicaciones en la dinámica de estructuras o edificaciones.

### 5.2 METODO DE ESTUDIO

El método utilizado es el **deductivo**, pues se parte de unos conocimientos generales de la física, de las matemáticas y de la dinámica simple, los cuales se irán adaptando y aplicando para el desarrollo y comprensión de la respuesta, comportamiento o movimiento de las estructuras ante la acción o efectos de diferentes tipos de cargas o fuerzas actuantes.

### **5.3 TECNICAS DE RECOLECCION DE INFORMACION**

Consta de dos partes: las fuentes primarias y las secundarias.

**5.3.1 Fuentes primarias.** La primera fuente de información fue la observación, basada en los conocimientos obtenidos en las clases del área de estructuras a lo largo de nuestra carrera, los cuales iban acompañados de trabajos de investigación, exposiciones, sustentaciones y evaluaciones en cada semestre.

**5.3.2 Fuentes secundarias.** La información que ya se tenía se complemento con la ayuda de profesores del área de estructuras y de análisis y programación de sistemas que nos aportaron sus conocimientos, y con investigaciones realizadas en libros relacionados con cada uno de los temas de investigación en la biblioteca de la C.U.C.

### **5.4 INSTRUMENTOS DE RECOLECCION DE INFORMACION**

Se tuvieron en cuenta dos aspectos para la recolección de información, los cuales son:

**5.4.1 Primarios.** Los primeros instrumentos fueron los apuntes y libros de semestres anteriores en las áreas de estructuras, de la física, resistencia de materiales y estática, acompañados de revistas y folletos de la Sociedad de Ingenieros del Atlántico.

**5.4.2 Secundarios.** La información obtenida en seminarios y talleres a los que se tuvo la oportunidad de asistir, e información que se obtuvo en diferentes paginas de Internet.

## **6. RECURSOS DISPONIBLES**

Los recursos disponibles se dividen en:

### **6.1 INSTITUCIONALES**

Se cuenta con la biblioteca de la Corporación Universitaria de la Costa, la colaboración de los profesores de la misma y la ayuda del servicio de Internet que la universidad tiene al servicio de los estudiantes.

### **6.2 PERSONALES**

Personalmente se cuenta con recursos adecuados como lo son el computador y el acceso a Internet. Además se tiene la oportunidad de adquirir libros sobre estructuras y análisis y programación de computadores, los cuales se han ido consiguiendo conforme se vayan necesitando.

### **6.3 RECURSO HUMANO**

Se cuenta para la dirección del proyecto, con el ingeniero JORGE BUZON OJEDA, y en la parte de programación, con el ingeniero EDGARDO BUELVAS.

**6.4 PRESUPUESTO**

<b>DESCRIPCION</b>	<b>VALOR (\$)</b>
TRANSCRIPCIONES	80000
FOTOCOPIAS	60000
ACCESO A INTERNET	30000
TRANSPORTES	150000
TOTAL	320000

## **7. PLAN DE TRABAJO**

El plan de trabajo nos ayuda a tener una guía para el desarrollo de esta investigación.

### **7.1 INTRODUCCION**

Contiene información a manera general de lo que se va a tratar en el proyecto.

### **7.2 GENERALIDADES**

Contiene el marco teórico y la definición de términos básicos.

### **7.3 DESARROLLO DEL ALGORITMO**

Se procede a elaborar el lenguaje de programación.

**7.3.1 Identificación de casos a programar.** Los casos a programar serán los siguientes:

- Vibración libre no amortiguada
- Vibración libre amortiguada
- Vibración forzada armónica
- Vibración forzada impulsiva

Estos casos se presentaran en el algoritmo a través de un menú de escogencias de casos a evaluar.



**7.3.2 Identificación de variables y términos.** Para todos los casos de vibración a estudiar, las variables serán las siguientes:

- Dimensiones de la sección transversal del elemento, o sea, la base ( $b$ ) y la altura ( $h$ ) de la sección, medidas en centímetros.
- Área de la sección ( $A$ ), medida en centímetros cuadrados ( $\text{cm}^2$ ). Internamente es posible calcular el área, ya que se conoce la base y la altura del elemento.
- Momento de inercia de la sección del elemento ( $I$ ), medida en  $\text{cm}^4$ , esta variable es posible calcularla internamente ya que depende del tipo de sección y de los valores de esta.
- Módulo de elasticidad del material del elemento ( $E$ ), medida en  $\text{kg} / \text{cm}^2$ .
- Rigidez del elemento ( $R$ ), medida en  $\text{kg} / \text{cm}$ . Esta variable también es posible calcularla internamente ya que depende del módulo de elasticidad ( $E$ ) y del momento de inercia de la sección ( $I$ ).
- Longitud del elemento ( $L$ ), medido en  $\text{cm}$ .
- Peso ( $w$ ), medido en  $\text{kg}$ .
- Tiempo inicial y final del movimiento ( $t_0, t_f$ ), medido en  $\text{sg}$ .
- Coeficiente de amortiguamiento ( $c$ ). medido en  $\text{kg} - \text{sg} / \text{cm}$ .
- Decremento logarítmico, adimensional.
- Razón de amortiguamiento, adimensional.
- Angulo de fase, medido en grados.
- Frecuencia angular ( $w$ ), medida en  $\text{rad} / \text{sg}$ .

**7.3.3 Identificación de herramientas del software.** El software a utilizar para el desarrollo del programa es el lenguaje computacional C++. Las herramientas del software son las propias de este lenguaje, las cuales son:

- Herramientas de captura de datos o herramientas INPUT.
- Herramientas de salida de datos o herramientas OUTPUT.

- Herramientas de proceso de la información, tales como: WHILE, FOR/NEXT, IF/THEN, etc.

#### **7.3.4 Escritura del algoritmo**

### **7.4 CODIFICACION DEL ALGORITMO EN LENGUAJE C++**

## 8. BIBLIOGRAFIA

BEER, Ferdinand P. y RUSSEL JHOMNSTON E. Jr. Mecánica vectorial para ingenieros. Dinámica. 5<sup>ed</sup> edición revisada. Editorial MC GRAW HILL.

GARCIA REYES, Luis Enrique. Dinámica estructural aplicada al diseño sísmico. Universidad de los Andes. Facultad de ingeniería civil. Departamento de ingeniería civil. Bogota 1998.

MALDONADO RONDON, Esperanza y CHIO CHO, Gustavo. Dinámica estructural. Universidad Industrial de Santander. Facultad de ciencias físico – mecánicas. Escuela de ingeniería civil.

PAZ, Mario. Dinámica estructural. Teoría y cálculo. Editorial REVERTE S.A. 1922.