EFECTO DE LA METODOLOGIA DE POLYA EN EL DESARROLLO DE LA RESOLUCION DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN LOS ESTUDIANTES DE GRADO CUARTO

PEDRO JOSE GOMEZ MEDINA

JHONNY ENRIQUE JACOME SEPULVEDA

UNIVERSIDAD DE LA COSTA
FACULTAD DE HUMANIDADES
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
BARRANQUILLA
2018

EFECTO DE LA METODOLOGIA DE POLYA EN EL DESARROLLO DE LA RESOLUCION DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN LOS ESTUDIANTES DE GRADO CUARTO

PEDRO JOSE GOMEZ MEDINA

JHONNY ENRIQUE JACOME SEPULVEDA

Asesor:

Mg. MARCIAL E. CONDE HERNANDEZ

UNIVERSIDAD DE LA COSTA
FACULTAD DE HUMANIDADES
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
BARRANQUILLA
2018

Nota de aceptación

____

____

____

____
Presidente del Jurado

____
Jurado

____
Jurado

Dedicatoria

A Dios por concederme salud y oportunidad de vivir. A mi esposa e hijos quienes con su apoyo, amor y empeño me impulsaron a luchar por mis ideales. A mi madre y hermanos por sus palabras de aliento en las dificultades, les dieron fuerza para seguir en esta lucha. A mi compañero de práctica que con su sabiduría me colaboró en la realización y ejecución del proyecto.

Johnny Enrique Jácome Sepúlveda

A Dios por haberme brindado la oportunidad de realizar esta hermosa carrera docente, por darme inteligencia, salud y deseo de salir adelante y de haber podido a pesar de mis dificultades, culminar felizmente esta etapa de mi vida. A mi esposa, mi hijo y hermanos quienes en todo momento estuvieron pendientes en mis aciertos y dificultades animándome siempre y no dejándome desfallecer.

Pedro José Gómez Medina

Agradecimientos

Deseo expresar mi agradecimiento al Magister. Marcial Conde Hernández por la dirección de este trabajo de investigación, sus sabias orientaciones, y sugerencias contribuyeron a la culminación del mismo, así como por su continuo apoyo y motivación para no decaer en el ánimo y persistencia en el momento oportuno en el desarrollo de este trabajo.

A los estudiantes y demás miembros de la comunidad escolar de La Institución Educativa "Arcesio Cáliz Amador" de El Banco Magdalena, donde se desarrolló el proyecto de investigación, especialmente a los estudiantes del grado cuarto, grupo 4°, A y B a quienes le debemos esta oportunidad de ver nuestro proyecto realizado.

Resumen

Esta propuesta de investigación abarcó el efecto de la implementación de la metodología, basada en el método de Pólya, con el cual se buscó facilitar el aprendizaje significativo de la resolución de problemas matemáticos de los estudiantes del cuarto grado de Educación Básica de la Institución Educativa Departamental “Arcesio Cáliz Amador” (IEDACA) de El Banco Magdalena. Se indagaron categorías de análisis como, la comprensión, configuración, ejecución de un plan, visión y retrospectiva, del procedimiento metodológico de Pólya, mediante un pre test, se diagnosticó y analizó el modo de proceder los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos en situaciones aditivas y multiplicativas. En este sentido, la investigación se desarrolló bajo un paradigma cuantitativo, con un diseño de pre experimento trabajó una muestra de 45 estudiantes de la Institución. Los resultados obtenidos a través del método pos-test, permitió reconocer que los estudiantes analizaron y compararon todo el procedimiento desarrollado por ellos, percatándose de los errores que cometieron en la realización de una operación y planificaron hasta la sesión de revisión de sus resultados; adicionalmente se identificó que los promedios de los porcentajes de logro en la prueba de resolución de problemas matemáticos de tipo aditivo multiplicativo para el grupo control y experimental son 58,18% y91,38%.

Palabras Clave: *Método de Polya, problemas matemáticos, compresión.*

Abstract

This research proposal covered the effect of the implementation of the methodology, based on the Pólya method, with which it was sought to facilitate the learning of the resolution of mathematical problems of the students of the fourth grade of Basic Education of the Departmental Educational Institution “Arcesio Cáliz Amador” (IEDACA) of El Banco Magdalena. Analysis categories were analyzed, such as the understanding, configuration, execution of a plan, vision and retrospective, of the methodological procedure of Pólya, by means of a previous test, the way of proceeding of the students was diagnosed in the solution of mathematical problems in situations and analyzed. Additive and multiplicative. In this sense, the research is based on a quantitative paradigm, with a work design of 45 students of the Institution. The results obtained through the posttest method allowed us to recognize that the demographic studies and the process developed by them, the process of the mistakes they made in carrying out an operation and the plan until the review of their results; additionally it was identified that the averages of the percentages of achievement in the test of solving the mathematical problems of multiplicative additive type for the control and experimental group, 58.18% and 91.38%.

Keywords*: Polya method, mathematical problems, comprehension.*

Contenido

Lista de Tablas

Lista de Figuras

Lista de Anexos

Introducción

El presente trabajo se estructura básicamente en el desarrollo y potenciación de la competencia en resolución de problemas matemáticos de los estudiantes de primaria, utilizando el método de cuatro pasos de George Pólya como metodología de aprendizaje en la resolución de problema con un enfoque constructivista, en la pretensión de superar el paradigma tradicional de la enseñanza de los procesos de matemáticas que persisten en las instituciones y Centros escolares.

El objetivo del estudio, se ubica en determinar que el uso del método Pólya favorece el desarrollo de diversas competencias como es la resolución de problemas en los estudiantes del grado cuarto de la Institución Educativa “Arcesio Cáliz Amador”, para ello se recurre a los planteamientos de varios autores que enfocan la enseñanza de la resolución de problema matemáticos a través del método de George Pólya como procesos de cuatro momentos básicos, entender el problema, configurar un plan, ejecutar el plan y revisar los procesos volviendo al inicio, pero originando aportes creativos adicionales en dichos procesos.

Cabe mencionar, que los planteamientos autores como Bueno (2012) Aguilar (2014) García (2014) han permitido organizar el presente trabajo verificando el uso e influencia que tiene dicha metodología y sus estrategias heurísticas internas en cada momento del proceso de resolución de problemas matemáticos de los estudiantes contribuyendo así al desarrollo del pensamiento productivo matemático.

Bajo este contexto, se expresa que en el desarrollo del proyecto se utilizaron dos instrumentos para la recolección de la información requerida siguiendo los procedimientos de la metodología cuasi experimental y con el tipo de investigación denominada, diseño pre test – pos test de un solo grado cursado dividido en dos grupos (A y B), donde se realizó una observación antes y otra después de la intervención pedagógica.

Finalmente, en cumplimiento al objeto de estudio, el trabajo se desarrollará a partir de los siguientes acápites; en el Capítulo I, se mostrará el desarrollo del planteamiento del problema, del cual surge la sistematización de la problemática que permitirá establecer los objetivos del estudio, posteriormente se esboza la justificación del estudio, identificando la pertinencia de su realización. El Capítulo II, evidencia la estructura del marco referencial que se compone de los antecedentes y las bases teóricas de la variable a desarrollar "resoluciones de problemas matemáticos". Con respecto al Capítulo III, se aborda el marco metodológico establecido, en razón a ello estructura metodología se encuentra constituida por la definición del enfoque cuantitativo, que permite establecer el instrumento y la técnica para la recolección y análisis de la información. El Capítulo IV, dará a conocer los resultados adquiridos por medio de la aplicación de los pasos metodológicos establecidos precedentemente, que permitieron alcanzar el cumplimiento de los objetivos específicos propuestos a través de fuentes documentales. En últimas el Capítulo V, expresa las conclusiones surgidas a partir de lo esbozado por los resultados de la investigación en el cumplimiento de los objetivos trazados. Adicionalmente presenta las recomendaciones sugeridas para futuras investigaciones y los anexos correspondientes.

1. Planteamiento del Problema

1.1 Descripción del Problema

Actualmente, se evidencia que buscar formas de enseñar y aprender matemáticas efectivas a través de la resolución de problemas en la educación primaria es una aspiración auténtica de muchos docentes e instituciones educativas en todo el mundo, como resultado de la implementación gradual de la creciente investigación en enseñanza y aprendizaje y de los enfoques teóricos, conceptuales, metodológico de las matemáticas y de "los dedicados esfuerzos de cerca de dos millones de profesores en Norte América, los logros de los estudiantes son históricamente altos. Por ejemplo, el porcentaje de estudiantes de cuarto grado que puntúan como "competentes" o más que competentes en la Evaluación Nacional del Progreso Educacional (NAEP) subió desde el 13 por ciento en 1990 al 42 por ciento en el 2013", (NCTM, 2014).

En los países suramericanos no ha sido fácil ver esos resultados en especial Colombia en la cual se identifica que estudiantes de 4º del ciclo de básica primaria (9 a 12 años) presentan dificultades relacionadas a los conocimientos declarativos, actitudinales y procedimentales, que no permiten observar el desarrollo de la competencia para resolver problemas matemáticos contextualizados.

Ahora bien, considerando otros contextos se encontró que el Ministerio de Educación Nacional de Colombia expresa que la solución de problemas matemáticos y el análisis de textos en las diferentes áreas, ha sido una de las principales dificultades de estudiantes y profesores. Dado esto, se desea buscar métodos y estrategias para mejorar el rendimiento académico de los estudiantes y redefinir los procedimientos utilizados por los docentes y estudiantes. En este orden, tomando como base el resumen del concepto evaluativo por grados y asignaturas de los estudiantes de primaria en años anteriores, se encontró que el 30% de cada curso presentaba bajo rendimiento en las áreas de matemáticas.

Tomando en cuenta lo precedente, y con base a observaciones hechas por los investigadores, se evidencia que en la Institución Educativa Técnica Departamental Arcesio Cáliz Amador, del Municipio de El Banco Magdalena, existen deficiencias en el rendimiento de los estudiantes específicamente en el área de matemáticas; es fácil notarlo con la aplicación de las pruebas externas, donde se refleja el bajo rendimiento de los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas en un 50% en insuficiente en los grado 3º y en el grado quinto con insuficiente en un 68%. (Resultados pruebas saber, 2016).

De lo anterior, Villegas (2015) expresan que existen factores que influyen en el rendimiento académico y los mismos están relacionados con las metodologías de enseñanza de los docentes tales como: la manera en que se desarrolla la clase, cómo los profesores revisan las pruebas, el tipo de actividades que proponen, el tiempo disponible, poca comunicación entre estudiante-docente, actualizaciones insuficientes entre otros elementos, existen factores que están relacionados con los estudiantes, como son la capacidad mental del estudiante, el interés en las materias, el esfuerzo de éste, el orden en el estudio, entre otros.

En los salones de clase se utilizan las estrategias basadas en el afianzamiento mecánico repetitivo, en la secuenciación de actividades de solución de operaciones de tipo algorítmico, donde el docente modela la solución de ejercicios de acuerdo al tema desarrollado, y les asigna a los estudiantes tareas de ejercitación del mismo tipo, hasta que manejen las operaciones que aquí se realizan; cuando ha manejado los algoritmos requeridos se resuelven problemas típicos para la aplicación del conocimiento adquirido, por tanto, cuando a los estudiantes se les propone una situación que implique análisis, reflexión, comprensión, y evaluación de los resultados, encuentran dificultades para resolverla.

Los procesos didácticos de clase enfatizan más en los conocimientos de tipo conceptual memorístico y procedimental mecánico que en la reflexión de los conocimientos de tipo procedimental, es decir, la importancia estriba en los resultados más que en los procesos, se les exige a los alumnos que atiendan, memoricen, resuelvan problemas, apliquen estrategias intuitivas nuevas, sin haberles enseñado en forma metódica, sistemática y persistente qué deben hacer y cómo deben hacer, lo que de ellos se espera; en otras palabras, existen falencias en el cómo desarrollar habilidades de pensamiento que permitan potenciar las competencias matemáticas, así como el pensamiento lógico.

En atención a la problemática expuesta, se propone el siguiente trabajo de investigación, con la finalidad de observar el efecto del modelo de Pólya en la resolución de problemas de los estudiantes de cuarto grado de educación básica primaria y de esta manera proponer estrategias para estimular el aprendizaje significativo en la resolución de problemas matemáticos y despertar el interés de aprender matemáticas. Esto en respuesta a las dificultades que se han presentado dentro del ámbito educativo por lo que se espera configurar una alternativa viable que pueda ser integrada en el día a día de la institución.

1.2 Formulación del Problema

Con base a lo planteado anteriormente, se formula el siguiente interrogante que permite direccionar el curso de la presente investigación.

¿Cuál es el efecto de implementar la metodología de Pólya en el proceso de resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de grado cuarto de la Institución Educativa Técnica Departamental Arcesio Cáliz Amador?

1.3. Objetivos

1.3.1 Objetivo general

Establecer el efecto de la metodología de Pólya en el proceso de resolución de problemas matemáticos en estudiantes de cuarto grado de la Institución Educativa Técnica Departamental Arcesio Cáliz Amador del municipio El Banco Magdalena.

1.3.2 Objetivos específicos

1.3.1.1 Diagnosticar el nivel de competencia en resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de cuarto grado de la Institución Educativa Técnica Departamental Arcesio Cáliz Amador.

1.3.1.2 Implementar la metodología de Pólya en el desarrollo de la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de cuarto grado de la Institución Educativa Técnica Departamental Arcesio Cáliz Amador

1.3.1.3 Valorar si existen diferencias significativas en la competencia resolución de problemas matemáticos en los estudiantes, utilizando la metodología de Pólya en un grupo experimental, antes y después de ser intervenido.

1.3.1.4 Valorar si existen diferencias significativas en la competencia resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del grupo control utilizando la clase magistral.

1.4 Hipótesis

Ho: El promedio en la prueba de resolución de problemas de los estudiantes del grupo experimental donde se desarrollaron las clases de matemáticas con la estrategia de Polya, es menor o igual al promedio en la prueba de resolución de problemas de los estudiantes del grupo control donde se desarrollan las clases de matemáticas de forma tradicional.

H_1: El promedio en la prueba de resolución de problemas de los estudiantes del grupo experimental donde se desarrollaron las clases de matemáticas con la estrategia de Polya, es mayor al promedio en la prueba de resolución de problemas de los estudiantes del grupo control donde se desarrollan las clases de matemáticas de forma tradicional.

1.5 Justificación

El determinar el efecto de la metodología de Pólya en el proceso de resolución de problemas matemáticos en estudiantes de primaria permite obtener información adecuada para encontrar deficiencias, limitaciones y fortalezas en el desarrollo necesario para valorar y hacer seguimiento de esta competencia matemática y poder superar los puntajes de los resultados en el área de matemáticas por parte de los estudiantes, tanto a nivel nacional, regional y local.

Identificar el nivel de competencia en resolución de problemas matemáticos a través del efecto de la aplicación de la metodología de Pólya en los estudiantes de primaria es información importante para la institución Educativa Departamental ya que esta capacidad del estudiantado se ha constituido en una constante deficitaria durante los últimos años, en las pruebas SABER que se realizan en la Institución, problema con el que los docentes de matemáticas debemos lidiar en nuestro trabajo cotidiano, debido a esto el presente trabajo de investigación tiene como propósito presentar al alumno el área de matemática de una manera activa y dinámica desarrollando sesiones de aprendizaje vivenciales con los cuales puedan lograr aprendizajes más significativos en la estructura cognitiva de estos.

El desarrollo de la presente investigación nos ha permitido diagnosticar, conocer y tener información acerca de las deficiencias y dificultades en el desarrollo de las competencias de la resolución de problemas del área de matemática por parte de los estudiantes del cuarto grado de educación primaria; por tanto, conocedores de esta situación, se desarrollarán sesiones de aprendizaje activas utilizando el método de George Pólya con participación continua y constante de cada uno de los estudiantes a fin de superar los diversos problemas existentes.

Asimismo, con la aplicación del método Pólya, podremos cultivar el interés por esta ciencia en los estudiantes, lo que nos dará pie, no solamente a los docentes de esta Institución Educativa, sino a docentes de otras Instituciones afines a la nuestra a aplicar este método activo de enseñanza, mejorando de esta manera la competencia de los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos, lo que redundará en la aprehensión de conocimientos no sólo para elevar su nivel académico sino forjar en ellos aprendizajes significativos útiles para su vida diaria.

El presente trabajo de investigación se justifica desde un punto de vista teórico porque se valida la metodología de Pólya, que no solo ha sido pionera en la resolución de problemas matemáticos, sino que ha sido un referente histórico que ha inspirado la creación de otros modelos de resolución de problemas y que permanece vigente a pesar del tiempo transcurrido desde su creación. Lo que permite afirmar que aún no se le ha aprovechado para extraer su riqueza didáctica magistral, así como su valor para el aprendizaje significativo autónomo en el aprendiz, pues sus cuatro pasos de: comprensión del problema, plan de solución plan de ejecución, y revisión de los procesos y sus grupos de preguntas en cada fases, hacen alusión a la activación de unos procesos de pensamiento de orden superior como el pensamiento estratégico. Desde un punto de vista práctico la Institución será beneficiada, ya que la aplicación de esta investigación le permite proporcionar ambientes de enseñanza reflexivos principalmente por medio de procedimientos estratégicos y didácticos mientras que, a los docentes de cuarto grado de la Institución Educativa Técnica Departamental Arcesio Cáliz Amador, se le dará a conocer nuevas estrategias para que los estudiantes mejoren su rendimiento académico y al mismo tiempo reflexionar acerca de sus prácticas en las matemáticas

Otra forma de contribuir es en el ámbito social, brindando al alumnado unos procedimientos didácticos para mejorar su rendimiento en el campo de la matemática y al docente nuevas herramientas que conlleven a la puesta en marcha de las iniciativas relacionadas con el desarrollo de la sociedad, pues la resolución de problema es considerada una herramienta básica de aprendizaje transversal no solo para el campo de las matemáticas si no para la vida (Godino, 2014).

1.6 Delimitación de la investigación

Para dar cumplimiento a los objetivos plantados en la investigación, se tomarán en cuenta ciertas delimitaciones que posibilitarán precisar varios aspectos a desarrollar en la investigación.

1.6.1 Delimitación espacial

La presente propuesta de investigación se realizó en la Institución Educativa Departamental "Arcesio Cáliz Amador" en la cabecera del municipio de El Banco Magdalena. Específicamente en la sede principal. Ubicada en la carrera 18 calle 7 – 50, dirección que pertenecen al sector del barrio "El Jardín" que está ubicado entre la calle séptima y octava, limita al norte con el barrio San José y el club de leones, al sur con el barrio San Mateo y 20 de enero, al occidente con la avenida séptima y al frente con el barrio El Gore, al oriente con el barrio "las Américas".

En el barrio se encuentran ubicadas otras Instituciones Educativas oficiales aledañas al "Arcesio Cáliz Amador", tales como: I. E. D "Lorencita Villegas de Santos", Centro educativo: "Escuela General Santander", I. E. D. "José Benito Barros Palominos", antiguo CONALBA.

1.6.2 Delimitación temporal

La delimitación temporal del estudio se enmarcado dentro de las fechas es establecidas para el desarrollo de la maestría. La fase de aplicación de instrumentos y sistematización de resultados para el periodo 2017 sem I sem II

1.6.3 Delimitación teórica

La delimitación teórica en el presente estudio estará determinada por los cuatro pasos presentes en la metodología de Polya , y atenderá la resolución de problemas en el ámbito de suma , resta multiplicación y división.

2. Marco de Referencia

2.1 Marco de antecedentes

Al revisar la literatura pertinente disponible en la web, así como en algunas bases de datos indexadas en diferentes direcciones electrónicas de la red de redes, entre los principales trabajos que podríamos citar como antecedentes del presente estudio, tenemos los siguientes.

-Antecedentes internacionales.

Inicialmente, se halla la investigación de Escalante (2015) quien realizo la investigación denominada "método pólya en la resolución de problemas matemáticos" la cual presento como objetivo determinar los procesos que aplica el Método Pólya en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de quinto grado primaria de la Escuela Oficial Rural Mixta, "Bruno Emilio Villatoro" del municipio de la Democracia, departamento de Huehuetenango, Guatemala C.A. Las manifestaciones más evidentes del problema en el estudio que evidenciaban los estudiantes, son las dificultades que tienen en la resolución de problemas, debido a que eran capaces de resolver mecánicamente las operaciones fundamentales básicas (suma, resta, multiplicación y división), pero no saben cómo aplicarlas para la solución de un problema, lo cual le impide resolver distintos tipos de problemas en diferentes contextos educativos. He ahí el sentido que hace dificultosa la comprensión, el análisis, razonamiento y síntesis; claves en el proceso de aprendizaje de cada estudiante.

Esta investigación con enfoque cuantitativo utilizó un diseño cuasi experimental, con procedimientos estadísticos, prueba t para medias de dos muestras emparejadas de una evaluación inicial, una evaluación intermedia y una final en un solo grupo. En la evaluación diagnóstica inicial se obtuvo una media aritmética de 62.2 puntos, luego en la evaluación intermedia los estudiantes alcanzaron una media aritmética de 77.32 puntos, visualizando desde ya el progreso obtenido por los alumnos al aplicar estrategias de resolución de problemas y en la evaluación final los alumnos alcanzaron una media aritmética de 88.48 puntos. Como conclusión se obtuvo que la mayoría de los estudiantes de quinto primaria demostraron progreso en la resolución de problemas en el curso de Matemática, con tendencias a seguir mejorando en las siguientes clases después de la aplicación del método Pólya, se comprueba la efectividad del método en la resolución de problemas matemáticos.

Otra investigación de apoyo al presente estudio es la titulada "estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos: fundamentos teóricos y metodológicos" abordada por Pérez & Ramírez (2012) quienes propusieron el trabajo describir los fundamentos teóricos de la resolución de problemas matemáticos y estrategias para su enseñanza. El estudio es enfocado bajo la característica de investigación documental sobre el estado del arte de investigaciones realizadas por varios autores en el área. La conclusión permitió identificar que frecuentemente los maestros trabajan en sus aulas problemas rutinarios que distan mucho de estimular el esfuerzo para la resolución de problemas matemáticos, se hace necesario como conclusión que los maestros conozcan los fundamentos teóricos y metodológicos (conceptualización del término problema, características, etapas de resolución, taxonomías, estrategias de resolución y aspectos a tomar en cuenta en la enseñanza de dichas estrategias).

Esta investigación es pertinente porque apoya el estudio en curso en el enfoque y los principios didácticos que debe tener una heurística como la de Gorge Pólya y no trabajar la resolución de problemas matemáticos sin ninguna fundamentación teórica y metodológica el docente para así poder ayudar al estudiante a hacer una transición gradual de la explicación magistral detallada tradicional al aprendizaje autónomo del estudiante guiado por la metodología de los cuatro pasos de Pólya con las auto-preguntas que plantean los pasos.

- Antecedentes nacionales.

Más adelante, se encuentra la investigación Aguilar (2016) quien lleva por nombre la "resolución de problemas matemáticos con el método de pólya mediante el uso de geogebra en primer grado de secundaria" el estudio busco identificar si hay un aumento en el rendimiento académico al implementar el método de Pólya con el uso del software geogebra en la resolución de problemas en situaciones aditivas y multiplicativas con los números naturales en estudiantes de primer grado de secundaria. La investigación utilizó como método un enfoque de naturaleza cuantitativa, recolectando datos con las valoraciones o calificaciones asignadas por el docente en la escala de valoración de Likert. El estudio concluye, que la implementación del método de Pólya con el uso del software geogebra tuvo resultados favorables al utilizar el trabajo colaborativo para la resolución de problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, pues en esta institución educativa objeto de estudio, se ha apoyado la enseñanza y aprendizaje entre pares, con un muy buen resultado, al socializar ideas y compartir el aprendizaje. La implementación del método de Pólya, fue favorable en la resolución de problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, pues todos los estudiantes podían responder las primeras preguntas sin necesidad de tener mayor conocimiento sobre el contenido matemático, solo abstrayendo información del problema.

Aunque es un método más largo de solución a comparación del tradicional en el cual había que sacar los datos, realizar la operación y redactar la respuesta, al entender el problema, se ideaban un plan de acción para poder resolverlo, en donde no estaban obligados a realizar una suma o una multiplicación, bien podían hacer un dibujo, una tabla, organizar datos, entre otras opciones, pues en el tercer paso de este método, hacían realidad este plan, para dar la solución. Sin embargo, en el cuarto paso al pensar en tener que devolverse los hacía sentir mejor, porque se hacía revisión de lo que habían hecho y podrían pensar en otras posibilidades al cambiar algún dato o saber si todos los datos eran importantes.

El aporte al desarrollo de la presente investigación del anterior estudio consiste en la amplitud teórica de los métodos de resolución de problemas en especial el método Pólya pues en una forma científica y artística articula las escuetas informaciones que se conocen de la producción literaria y teórica de Jorge Pólya con la sabiduría contemporánea del constructivismo y el conocimiento metodológico matemático en la resolución de problemas.

De otro lado, se revela la investigación de Caipa & Torres (2015) titulada “aplicación de procesos meta cognitivos en la resolución de problemas en la estructura aditiva con números enteros en estudiantes de quinto grado” la presente investigación buscó determinar los procesos metacognitivos aplicados por los estudiantes de grado quinto de un colegio de la ciudad de Bogotá, al solucionar problemas de la estructura aditiva con números enteros. El enfoque de la investigación fue de carácter cualitativo-interpretativo y el tipo de investigación fue estudio de caso. La técnica de recolección de la información fue el video- copia y las transcripciones, así como la creación de matrices de análisis que permitieran realizar el seguimiento del proceso de resolución de problemas de cada uno de los estudiantes, basados en la metodología propuesta por el matemático húngaro George Pólya.

El estudio concluye que los estudiantes mejoraron sus procesos metacognitivos lo que permitió ordenar sus procesos, en particular el cuarto pasó de la metodología que se refiere al look back (mirar hacia atrás), donde los estudiantes reflexionaron sobre su propio aprendizaje y propusieron soluciones alternas al problema. De esta forma, los estudiantes fueron quienes asumieron el control de su aprendizaje a través de un proceso netamente meta cognitivo.

La anterior investigación ofrece un apoyo didáctico al desarrollo de la investigación en curso, enfocándose en una propuesta que hace seguimientos a los procesos meta cognitivos activados en los estudiantes después de trabajar la metodología de Gorge Pólya en la resolución de los problemas.

Seguidamente se halla Boscán & Klever (2012) que realizaron un estudio sobre "la metodología basada en el método heurístico de Pólya para el aprendizaje de la resoluciónde problemas matemáticos en los estudiantes de séptimo grado de la Institución Educativa Máximo Mercado Colombia", el estudio permitió la metodología basada en el método heurístico de Pólya, una de las mayores dificultades presentadas por los estudiantes consistía en la poca comprensión de los enunciados. Así, al propiciar la metodología, aumentó el número de estudiantes que comprendieron los enunciados de los problemas, y estuvo relacionado con el aumento del número de respuestas correctas.

Se demostró, que después de la intervención, el proceso realizado por los estudiantes, fue reflexivo, ya que concibieron un plan, y al ejecutarlo, no se preocuparon solo en obtener una respuesta, sino que se detuvieron a verificar cada paso realizado. Se confirmó la importancia de tener una metodología, es decir, un modo ordenado y sistemático de proceder al resolver un problema matemático, lo que logró favorecer el aprendizaje de la resolución de problemas en los estudiantes. Es necesario implementar metodologías eficaces de trabajo en el aula, ya que ayuda al pensamiento matemático para enfrentar correctamente la resolución de problemas

El estudio muestra importancia para el presente trabajo, pues la influencia que tiene la comprensión lectora del texto para comprender el problema, teniendo en cuenta que al utilizar la metodología de Pólya se debe utilizar estrategia para esta primera fase de la metodología y no solo desde la segunda fase donde Pólya afirma la búsqueda de estrategia como: error y ensayo, entre otras…

- Antecedentes locales.

Por otra parte, se revela el trabajo de investigación titulado “estrategias metacognitivas en la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de 5° de básica primaria” del investigador Iriarte (2011) cabe evidenciar que este trabajo muestra la influencia positiva de la implementación de estrategias didácticas con enfoque meta cognitivo en el desarrollo de la habilidad de resolución en problemas matemáticos para estudiantes de básica primaria.

Haciendo una descripción de las limitaciones de los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos y haciendo un recorrido sobre la situación mundial, nacional y regional Los desempeños del alumnado no son muy alentadores los obtenidos en las pruebas internacionales PISA quienes a pesar del nuevo enfoque generalizado del énfasis en la resolución de problemas las matemáticas las habilidades meta cognitivas son poco activadas al enfrentarse a dicha actividad. El diseño metodológico utilizado fue cuasi-experimental con cuatro grupos; la intervención se realizó en cuatro fases, poniendo en práctica la instrucción directa, el modelado meta cognitivo, la práctica guiada y el aprendizaje cooperativo. Se realizaron comparaciones intragrupos e intergrupos estableciéndose diferencias estadísticas significativas, que corroboraron la efectividad de las estrategias aplicadas.

Este trabajo es pertinente pues se relaciona con la investigación en curso, ya que propone un programa de apoyo relacionado para la enseñanza de la resolución de problema matemáticos en los estudiantes de primaria, a través de enunciados claros, objetivos de aprendizaje precisos y una estructura de trabajo que aborda, paso a paso, las actividades con el método Pólya, así como una descripción detallada del programa de lo que el alumno realizará, apoyado por ejemplos en ilustraciones, entre otros.

Finalmente, se ubica la investigación referenciada por Bueno (2012) que lleva por nombre "propuesta metodológica para mejorar la interpretación, análisis y solución de ejercicios y problemas matemáticos en los estudiantes de quinto grado de la institución educativa Alejandro Vélez Barrientos" el estudio propone diseñar e implementar una experiencia pedagógica que favorezca el desarrollo de habilidades para resolver problemas de Matemática en estudiantes de quinto grado. Al presentar los estudiantes la falta de análisis, interpretación para la solución de ejercicios y problemas matemáticos sencillos y rutinarios. En el trabajo se utilizó metodología cuantitativa y descriptiva utilizando procedimientos estadísticos inferencial de frecuencia simple. Sin embargo se llega a las siguientes conclusiones: El procedimiento de Jorge Pólya, con su implementación constituye un instrumento metodológico de uso para la docente titular del grupo y para los otros docentes de la institución, no sólo de la Disciplina Matemática, pues su mayor valor no está en el resultado que alcanzaron los estudiantes sino en pensar que se deben realizar pruebas diagnósticas al abordar la resolución de problemas para activar la capacidad previa de comprensión lectora del estudiante al interpretar el lenguaje en que está redactado el problema, que se debe integrar a la resolución de problemas estrategias de reinterpretación del texto problémico para garantizar el primer paso de la resolución del mismo, la comprensión.

En síntesis, se denota que el presente trabajo es pertinente para el apoyo al desarrollo de la presente investigación en curso debido a que aborda una dificultad a la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes y porque integra en su propuesta de intervención los procesos de comprensión lectora a la resolución de problemas matemáticos.

2.2 Bases teóricas

Son muchos los teóricos que han abordado la resolución de problemas matemáticos no solo desde la perspectiva metodológica como lo aborda Gorge Pólya, sino también desde múltiples aspectos pues en diferentes ocasiones se ha repetido que “hacer matemática es resolver problemas”, tal afirmación sería muy difícil negarla, teniendo en cuenta el enfoque que ha tomado esta disciplina en las últimas décadas. A nivel internacional, se le ha dado un nivel prioritario a la “resolución de problema” en la enseñanza de la matemática. Como puede verse en el informe Cockcroft (1982) en Gran Bretaña; una agenda para la acción y los estándares curriculares para la evaluación de los Estados Unidos que reporta el NTCM (1980,1989 y 2000). En Colombia se puede observar en los lineamientos curriculares (1998) y estándares nacionales del área de matemática (Vasco, 2006 citado por Iriarte 2011).

La resolución de problemas es una parte esencial del razonamiento matemático y por esto, tendrá que considerarse como un aspecto transversal del mismo. Su importancia radica en que en la enseñanza de las matemáticas enfocada en la resolución de problema el aprendizaje está orientado hacia la reflexión, el análisis, la toma de decisiones, conciencia y el mantenimiento de una actitud crítica ante la realidad problemática abordada. La adquisición por parte de los alumnos de estrategias para resolver problemas favorece el desarrollo de la autonomía y la iniciativa personal, la capacidad de tomar decisiones con fundamento de la lógica, el desarrollo de la lectura comprensiva, la flexibilidad en el pensamiento y la perseverancia hacia el trabajo escolar, entre otros. Su interés no se centra solo en el campo de la competencia matemática, sino que va más allá y se extiende también a otras competencias.

Una situación es considerada como problemática cuando inicialmente no está claro el modo de llegar desde una situación inicial a la meta; esta falta de claridad es la que diferencia la capacidad de resolver problemas de otras actividades educativas. Es por ello, Echenique (2006) citado por García (2014) expresa que para resolver problemas se ha de ser capaz de detectar aquellos aspectos que son relevantes y buscar los pasos a seguir para su resolución.

2.2.1 Las matemáticas desde la perspectiva constructivista

De acuerdo con los aportes del modelo pedagógico constructivistas, la resolución de problemas constituye una actividad privilegiada para introducir a los estudiantes en las formas propias del quehacer de las matemáticas. Lograr que los alumnos desarrollen estructuras de pensamiento que le permitan matematizar; es una de las principales metas de la enseñanza matemática actual. Según Alsina (2007, p.91 citado por Silva 2009) esta actividad -central en el campo que nos ocupa- remite a trabajar la realidad a través de ideas y conceptos matemáticos, fundamentalmente en dos direcciones: a partir del contexto deben crearse esquemas, formular y visualizar los problemas, descubrir relaciones y regularidades, hallar semejanzas con otros problemas, y trabajando entonces matemáticamente, hallar soluciones y propuestas que necesariamente deben volverse a proyectar en la realidad para analizar su validez y significado.

No obstante, Camejo (2006) revela que el individuo no es un mero producto del ambiente ni un simple resultado de sus disposiciones internas, sino una “construcción propia que se va produciendo día a día como resultado de la interacción entre esos dos factores” (p, 3). En consecuencia, según la posición constructivista, el conocimiento no es una copia de la realidad, sino una construcción del ser humano.

En apoyo a estas ideas, García, Cueli, Rodríguez, Krawec, & González (2015) sostiene que la resolución de problemas es un método que tiene la intención de construir, de una manera sistemática, los procesos de pensamiento eficaces en la resolución de verdaderos problemas. Tal experiencia debe permitir al alumno manipular objetos matemáticos, activar su capacidad mental, ejercitar su creatividad y reflexionar sobre su propio aprendizaje (meta cognición) al tiempo que se prepara para otros problemas con lo que adquiere confianza en sí mismo.

No obstante, se destaca que las ventajas didácticas de este método parecen evidentes, es importante aclarar su sentido ya que la resolución de problemas tiene múltiples usos e interpretaciones que pueden llegar a ser contradictorias. Vilanova et al (2001) descubre por lo menos tres aproximaciones:

"a. La resolución de problemas presentados en un contexto escolar: donde los problemas son utilizados como vehículos al servicio de otros objetivos curriculares, como una justificación para enseñar, motivar o desarrollar actividades matemáticas en un contexto especifico del "mundo real". Ello implica una interpretación y aplicación mínima.

• *Resolver problemas para el desarrollo de habilidades cognitivas:* propuesta que invita a la resolución de problemas no rutinarios, para el logro de una habilidad de nivel superior, adquirida luego de haber resuelto problemas rutinarios. En fin, las técnicas de resolución de problemas son enseñadas como un contenido, con problemas de práctica relacionados, para que las técnicas puedan ser dominadas.

Determinación y enseñanza

• *Resolver problemas como sinónimo de "hacer matemática":* la estrategia asume que el trabajo de los matemáticos es resolver problemas y que la matemática realmente consiste en visualizar problemas y soluciones. Matemáticas aplicadas o modelos matemáticos sofisticados para tratar problemas que reflejan el "mundo real" en un contexto amplio" (p.46).

Para el propósito de este estudio la resolución de problemas se asume como una habilidad de pensamiento, definida como: un proceso que implica la realización de una secuencia o serie de acciones para la obtención de una respuesta adecuada a una dificultad con intención de ser resuelta. Como proceso, esta habilidad se descompone en diferentes pasos o acciones progresivas que deben ser desarrolladas de manera integral. La resolución de problemas matemáticos, es una capacidad específica que se desarrolla a través del proceso de enseñanza – aprendizaje de la matemática y que se configura en la personalidad del individuo al sistematizar, con determinada calidad y haciendo uso de la meta cognición,

Acciones y conocimientos que participen en la resolución de estos problemas (Santos, 2016).

Teniendo en cuento lo precedente, la resolución de problemas se acoge a los planteamientos enmarcado en la estrategia didáctica general del aprendizaje por descubrimiento, desde el dirigido al autónomo (siguiendo la tipificación de Ausubel) el modelo que guía las actividades de resolución de problema es el modelo Gorge Pólya, quien establece cuatro operaciones de pensamiento requeridas para llegar a una posible solución en la resolución de cualquier problema planteado: Entender, plantear un plan lógico, ejecutar el plan en forma sistemática por el resolutor y volver hacia tras para revisar los procesos realizados en la solución, proceso de reversibilidad como un estadio psicológico en las operaciones concretas (Castro-Rodríguez, Piñeiro & Martínez, 2016).

Ahora bien, en cuanto a las capacidades implicadas en la resolución de problemas matemáticos, se revela que el desarrollo de la capacidad del pensamiento abstracto que Piaget describe como pensamiento formal, se relaciona con la capacidad del estudiante de abstraer, conjeturar, relacionar y analizar, que son las habilidades consideradas básicas para realizar eficientemente las acciones requeridas en las estrategias científicas de la enseñanza. Se considera que el abstraer, conjeturar, relacionar y analizar son habilidades básicas de los procedimientos meta cognitivos de las actividades científicas, definidas como el control de la cognición (Caballero, 2013).

2.2.2 Historia de la resolución de problema

Pérez (2006) citado por Escalante (2015) describe que los egipcios a lo largo de toda la historia eran puntales en cobrar ciertos impuestos a cada agricultor de acuerdo al área laborada en dicho plano o tierra. Esto significaba que cada faraón tenía que calcular con frecuencia ciertos porciones de tierra, y para dar solución a problemas prácticos surgieron las primeras fórmulas matemáticas. La Historia de la resolución de problemas de matemática está vinculada a la historia de la matemática. Puede hacerse esta afirmación desde cuatro puntos de vista:

Algunos problemas están en el origen del desarrollo de las Matemáticas; desde el comienzo de la historia, la especie humana ha luchado por comprender las leyes fundamentales del mundo físico. Todas las sociedades del mundo durante miles de años descubrieron que existía una disciplina que les permitía acceder más que las demás a ciertos entendimientos sobre la realidad subyacente del mundo físico.

Ante esto, se manifiesta que la resolución de ciertos problemas ha motivado la aparición de nuevas ramas de las Matemáticas; basadas en las normas, lenguajes con que fue escrito el universo desde el despertar hasta los temas más sofisticados de la realidad. Otros problemas han provocado rupturas epistemológicas; deslumbrantes descubrimientos que lograron comprender los patrones y secuencias naturales. Finalmente se hallan problemas que han abierto crisis en los fundamentos de las Matemáticas; los conceptos, el espacio y la cantidad; comprender la matemática hace la diferencia entre la vida y la muerte (Moreno, Rubí, & Pou, 2015).

En algún momento el hombre empezó a idear que podía contar, medir, relacionar y ordenar el mundo que lo rodeaba; con todo esto se despierta el interés en resolver problemas matemáticos por más de 500 años atrás. De todo este proceso histórico resultan modelos de resolución de problemas matemáticos.

Schoenfeld (1992) citado por Sigarreta (2006), el filósofo griego Sócrates fue capaz de aislar la noción de “resolver problemas “para someterla a estudios; a pesar de su idea de que solamente podemos conocernos a nosotros mismos, hay que destacar en él, ciertos elementos meta cognitivos importantes, y estudiados en la actualidad, como factores que intervienen en la solución de problemas. De todos es conocida la importancia que concedió Platón al estudio de las Matemáticas, en especial a la enseñanza de la Geometría, y cómo la utiliza desde su posición de idealista objetivo. A él se le debe la concepción actual de los objetos matemáticos al señalar los razonamientos que hacemos en geometría no se refieren a las figuras visibles que dibujamos, sino a las ideas absolutas que ellas representan.

2.2.3 Modelos teóricos de resolución de problemas

La mayoría de los modelos en resolución de problemas se resumen en teóricos y metodológicos dentro de la primera clasificación podemos citar a los cuatro pensadores constructivista Piaget, Ausubel, Bruner y lev vigoski quienes aportan con sus ideas formas de abordar la resolución de problemas matemáticos.

El pensamiento formal (Piaget, 1964), incluye reflexionar sobre las operaciones aritméticas y sustituirlos por simples proposiciones que son la traducción abstracta de las operaciones concretas desarrolladas en la infancia, por lo que "el yo es lo suficientemente fuerte como para reconstruir el universo y lo suficientemente grande para incorporárselo" (Piaget, 1964, p. 87).

Piaget (1964) demostró que la capacidad cognitiva y la inteligencia estaba ligada al contexto social y física del individuo, cuyas capacidades también vinculaban a los factores genéticos y que durante esta etapa se era capaz de considerar las posibles variables en un problema aritmético, nombrada como estadio de las operaciones formales. El nivel del pensamiento formal que plantea Piaget, hace alusión a la posibilidad que tiene el sujeto de trabajar en resolución de problemas aplicando modelos de razonamiento hipotético- deductivo, incorporando hipótesis como esquema proporcionada con la ley lógica de la necesidad, realizando una conversión entre lo real y lo posible, de acuerdo a los criterios explicativos de la acomodación y la asimilación, orientados al desarrollo del conocimiento como proceso de adaptación (García, 1994).

Dentro de las destrezas lógicas que plantea Piaget, se encuentra: la implicación, observando los pasos que el niño deba hacer para obtener un resultado esperado; la reversibilidad, como un resultado de un proceso que el niño quiere realizar; la generalización, abstrayendo una proposición general o generación de hipótesis; la inclusión, teniendo en cuenta conocimientos anteriores para adquirir nuevos; y la depuración, perfeccionando cada detalle García (1994) citado por Aguilar (2014).

En general, los modelos de resolución de problemas se basan, fundamentalmente, en el modelo de Pólya (1985) que distingue cuatro fases que el autor considera convenientes para favorecer la enseñanza de la resolución de problemas: Comprender el problema, concebir un plan, ejecución del plan y visión retrospectiva. Al mismo tiempo, el autor sugiere una serie de preguntas y recomendaciones que acompañarían en el desarrollo del proceso que propone y que resumimos en el siguiente esquema y que contribuyen a ampliar el modelo en el cual se centra este trabajo. Pues los modelos propuestos posteriormente a Pólya han contribuido a mejorarlo.

En diferentes modelos sobre resolución de problemas, modelo de Pólya & Szegö (1945), Schoenfeld (1985), Pérez, Mason, Burton & Stacey (1989), Guzmán (1991), Pifarré & Sanuy (2001) y Mayer (2002), se tienen en cuenta ya sea de manera implícita o explícita el conocimiento y los procesos cognitivos estratégicos y meta cognitivos, por ello es importante resaltar que todos ellos tuvieron sus adelantos basados en los cuatro pasos de Pólya siendo este el iniciador de heurísticos para resolver cualquier problema.

2.3 Marco Conceptual

2.3.1 Los Problemas Matemáticos

Los términos problemas matemáticos tiene una concepción polisémica porque son muchas las acepciones y definiciones que se le ha dado a través de la historia de las matemáticas a estos dos términos, pero a partir de las múltiples definiciones propuestas, sobre la pregunta: ¿qué es un problema matemático?, las que podemos considerar como cotidianas y con mayor éxito, han sido la definición de Pólya (1982) y Berenguer (2003).

¿Qué es un problema matemático?

Según, Pólya (1982) define la resolución de problemas matemáticos como “la búsqueda consciente, con alguna acción apropiada, para lograr una meta claramente concebida pero no inmediata de alcanzar, así mismo el uso de problemas requiere una habilidad intelectual, por medio de los cuáles los estudiantes aprenden a pensar matemáticamente” (p.58).

De acuerdo con Berenguer (2003) revela que la resolución de problemas se aborda como “una situación matemática que contempla tres elementos: objetos, características de esos objetos y relaciones entre ellos; agrupados en dos componentes, condiciones y exigencias relativas a esos elementos y que motiva en el resolutor la necesidad de dar respuesta a las interrogantes” (p. 62).

Entonces se puede sintetizar que problemas matemáticos es una situación en la que hay un objeto por conseguir, superando una serie de obstáculos, siempre que el sujeto que anfronte la situación no conozca procedimientos o algoritmos que le permitan alcanzar el objetivo.

Ante esto, se manifiesta que la definición de problema, se aborda en que un problema es una situación que ubica a quien lo resuelve ante la necesidad de desplegar su actividad cognitiva en un intento de búsqueda de estrategias, de elaboración de conjeturas y toma de decisiones (Azcue, Diez, Lucanera & Scandroli, 2006).

2.3.2 Principios en la Resolución de Problemas

A partir de lo anterior, y como premisa de las definiciones planteadas, podemos señalar que:

> *Todo problema matemático debe representar una dificultadintelectual y no sólo operacional o algorítmica. Debe significar un real desafió para los estudiantes. Esto implica una carga en la capacidad cognitiva del que se enfrente a dicho desafío.*
>
> *Todo problema debe ser en sí mismo, un objeto de interés. Por tanto, debe ser motivante y contextual. Por esta razón, el problema y su resolución deben estar unido a las necesidades e intereses del* resolutor en su contexto.

Debe tener múltiples formas de solución, es decir, puede estar sujeto a conocimientos previos, experiencias o se pueden resolver mediante la utilización detextos o personas capacitadas. Lo que presupone que el desafío de su resolución implica una búsqueda de información en la experiencia del mismo resolutor, en otros agentes y/o en multivariadas fuentes de información relacionadas.

- Puede estar adscrito a un objeto matemático o real, o simplemente a la combinación de ambos. Lo que implica que pueden ser sencillos o complejos.

- Debe establecerse en la idea de posibles soluciones mediante diferentes métodos, con exigencias e interrogantes relacionales.

- Deben tener una dificultad no tan sólo algorítmica, sino también del desarrollo de habilidades cognitivas.

- Se debe dar en una variedad de contextos, en distintas formas de representación de la información y en lo posible que sean resueltos por más de un modelo matemático.

Sin embargo, Pino (2013) revela que en matemáticas existe consenso sobre el carácter polisémico de la palabra problema, y no existe una única definición en la que todos estemos de acuerdo. Las expresiones „problema de matemáticas" y „resolución de problemas de matemáticas" tienen diferentes significados entre los profesores y para los alumnos y, ello puede enmascarar diferentes puntos de vista sobre lo que constituye un problema (Arcavi & Frielander, 2007).

Asumiendo esta aportación, tendríamos que entender que un problema es una relación particular entre la tarea y la persona que trata de resolverla. Y, así utilizar la palabra problema para referirse a una tarea que tiene dificultad para el individuo que está tratando de resolverla. “El hecho de que exista un problema no es una propiedad inherente de la tarea matemática: la palabra está ligada a la relación o interacción entre el individuo y esa tarea” (Santos, 2007, p. 48), considerando que la dificultad debe ser un impase intelectual y no solamente en un nivel operacional o de cálculo.

2.3.3 Clasificación de los Problemas Matemáticos

- *Problemas de estructura aditiva*

Diferentes autores han trabajado acerca de la clasificación de los problemas de estructura aditiva. Así, autores como Heller & Greno (1978); Carpenter, Hiebert &

Moser (1983); De Corte, Verschaffel & De Win (1985); Puig &Cerdán (1988); Maza (1991); Blanco & Calderón (1994), plantean cuatro tipos de problemas de estructura aditiva: problemas de cambio, de combinación, de comparación y de igualación.

- *Problemas de Cambio*

Los problemas de cambio son aquellos en los que un suceso cambia el valor de una cantidad. Ejemplo: Paloma tenía siete caramelos, se comió tres caramelos, ¿Cuántos le quedarán?

En el enunciado presentado consideramos una secuencia y una cantidad inicial determinada por los caramelos que tenía Paloma (Paloma tenía siete caramelos). Una segunda secuencia expresa una acción (se comió tres caramelos) que modifica la cantidad inicial, y que da lugar a una tercera secuencia que, en este enunciado, contiene la incógnita y se refiere a la cantidad final resultante (¿Cuántos le quedan?).

Cantidad A	Paloma tenía 7 caramelos	Cantidad B
Se comió 3 caramelos	Cantidad C	¿Cuántos le quedarán?

- *Problemas de Combinación*

Los problemas de combinación representan una situación estática donde dos cantidades son consideradas separadamente o en combinación. Ejemplo:

"Iván tiene cinco globos y su primo Joan tiene tres, ¿Cuántos tienen entre los dos juntos?".

"Entre Paula y su prima Mirian tienen ocho globos. Paula tiene cinco, ¿cuántos tiene

Mirian?"

Se refieren, estos problemas, a la relación que existe entre un conjunto y una partición del mismo en dos o más subconjuntos. En esta relación, podemos partir de conocer el cardinal de cada uno de los dos subconjuntos y querer calcular el cardinal del conjunto unión (como en el primer ejemplo), o conocer el cardinal de un subconjunto y el del conjunto unión y desconocer el cardinal del otro subconjunto (como el en segundo ejemplo). Ello nos lleva a dos situaciones diferenciadas, si queremos conocer la cantidad total o algunas de las partes.

- *Problemas de Comparación*

Los problemas de comparación presentan situaciones en las que dos cantidades son comparadas para establecer las diferencias cuantitativas entre ellas. Ejemplos de comparación:

"Rodrigo tiene 3 caramelos y Valle tiene 7 ¿Cuántos caramelos tiene Valle más que Rodrigo?";

"Jaime tiene 17 caramelos, y Juanjo tiene 14 más que Jaime, ¿cuántos caramelos tiene Juanjo?"

Los problemas de este tipo comparten con los de combinación su carácter estático, pero mientras que en los de combinar la relación se establece entre conjuntos, en estos se establece entre cantidades, de manera que lo que en aquellos eran relaciones de inclusión entre conjuntos, pasan a ser aquí relaciones de comparación entre cantidades (Chamoso, Vicente, Manchado & Múñez, 2013).

- *Problemas de Igualación*

Los problemas de igualación se caracterizan por ser problemas híbridos de comparación y cambio. Es la misma clase de acción que en los problemas de cambio, pero basados en la comparación de dos conjuntos disjuntos (Nieto, Zurita & Pesquero, 2015). Presentan una estructura muy similar a la de los problemas anteriores salvo que la comparación viene determinada por una acción de cambio, tal como el siguiente ejemplo: Juanjo tiene 12 discos y Rodrigo 8, ¿cuántos tiene que comprar Rodrigo para tener tantos como Juanjo?

En los problemas de igualación, hay una comparación entre cantidades establecida por medio del comparativo "tantos como" o expresión similar, que implica un equilibrio de cantidades con simultaneidad de cambio y comparación.

- *Problemas de Estructura Multiplicativa:*

De igual manera que hemos analizado una clasificación para los problemas de estructura aditiva pueden estudiarse diversas características de los problemas de estructura multiplicativa. Estos problemas han sido analizados por diferentes autores como Maza (1991) Fernández & Ivars (2015) y Díaz (2016).

En los problemas de estructura multiplicativa señalaremos dos clasificaciones diferentes, según consideremos el tipo de cantidades dadas en el enunciado o la situación que se representaba en el mismo.

a- <u>Problemas de estructura multiplicativa según el tipo de cantidad</u>

Schwartz (1988) analiza los problemas de estructura multiplicativa en función de dos tipos de cantidades: Intensivas (I) y Extensivas (E). A este respecto recordaremos que "una cantidad es un par ordenado (x, u) en el que x es un número y u es una unidad de una magnitud:

Por ejemplo, 4 canicas, 3,5 kg, 120 Km/h. (Puig & Cerdán, 1988) menciona que las cantidades extensivas expresan la extensión de una entidad o substancia y se refiere a un conjunto, montón o trozo de esa entidad o substancia. Son aditivas, puesto que los números pueden sumarse, manteniendo inalterada la unidad que los acompaña. Una cantidad extensiva viene expresada por una unidad simple (3 metros, 2 naranjas). Pueden diferenciarse las cantidades extensivas discretas y continuas en referencia a la clasificación tradicional de magnitudes.

Las cantidades intensivas son unidades compuestas, formadas por el cociente de dos cantidades extensivas y viene expresada por una unidad compuesta (60 km/h). Las cantidades intensivas, a diferencia de las extensivas, no son aditivas.

Problemas de estructura multiplicativa según la situación representada

Por otra parte, Ivars & Fernández (2016) se refieren a la aportación de Nesher (1988) quien se sitúa desde una perspectiva lingüística para buscar las relaciones semánticas entre las proposiciones subyacentes al texto. Así, distinguen tres grandes categorías: de razón, de comparación y de combinación o producto cartesiano. Ejemplo: "Compramos 3 paquetes de caramelos, que tienen 4 caramelos cada uno. ¿Cuántos caramelos hemos comprado?"

C. Importancia de la resolución de problema como una estrategia transversal

La importancia de constituirse los problemas como un eje orientador del subsector de Educación Matemática, contribuye su resolución a valorar aún más las capacidades humanas de análisis, confrontación y construcción de estrategias personales y asocia éste aprendizaje con el desarrollo de un conjunto de habilidades, agrupadas en procedimientos estandarizarles (cálculos y estimaciones) los problemas (comparación, anticipación y estimación) y la estructuración (particularización y generalización). Esta categorización ubica las técnicas algorítmicas en un nivel táctico, separadas de las habilidades de nivel estratégico, permitiendo realizar la distinción entre "ejercicio" y "problema" convirtiendo a la resolución del problema en habilidades estratégicas trasversal de las matemáticas (Marin, NIebles, Sarmiento & Valvuena, 2017).

Para resolver un ejercicio, uno aplica un procedimiento rutinario que lo lleva a la respuesta, aspecto valioso en el aprendizaje de las matemáticas que nos ayuda a aprender conceptos, propiedades y procedimientos, entre otras cosas (todo lo cual podremos aplicar cuando nos enfrentemos a la tarea de resolver problemas). Para resolver un problema, uno hace una pausa, reflexiona y hasta puede ser que ejecute pasos originales, que no había ensayado antes para dar la respuesta. Esta característica de dar una especie de paso creativo en la solución, es lo que distingue y diferencia un problema de un ejercicio.

De allí, Meoli, Martínez, & Concari (2014) identifica que prexisten como mínimo dos grandes visiones, en la resolución de problemas la primera de ellas, se enfoca en una matemática como disciplina, caracterizada por procedimientos infalibles y resultados precisos. Se relaciona con procedimientos adecuados y conceptos matemáticos básicos, manipulados sin mayor significado ni comprensión.

Como visión alternativa, encontramos una concepción de la matemática centrada en lo contextual y significativo, orientada a la construcción social del aprendizaje caracterizada por procesos creativos y generativos. Una matemática que se relaciona con un "hacer" a favor del desarrollo de habilidades y capacidades en los estudiantes, que si bien toma en consideración los conceptos y procedimientos, estos no son los fines primeros de la instrucción.

El trabajo del docente de matemáticas, va más allá de mostrar la existencia de diferentes conjuntos numéricos y las relaciones entre ellos, porque el aprendizaje de esta área se evidencia en la aplicabilidad de la misma, cuando el maestro se da cuenta del bajo rendimiento académico y observa que estos estudiantes pueden resolver problemas propios de su contexto en las que su habilidad matemática se evidencia sin que ellos mismos lo perciban, es lo que lleva a afirmar "que presentar dificultades en una asignatura no quiere decir que se tengan Dificultades Específicas de Aprendizaje" por lo que pueden existir diferentes causas, sin embargo no hay que menospreciar la existencia de algún déficit cognitivo o discalculia por una anormalidad neuro-evolutiva (Craveri & Anido, 2014).

Aspecto importante frente a la enseñanza de las matemáticas, es que los primeros años de escolaridad son claves para la aprehensión de la misma, no solo para detectar problemas de aprendizaje sino para iniciar la motivación, incentivando la curiosidad, indagación y demás estímulos por el uso de la lógica matemática; y si cae en el error, en matemáticas es un concepto importante para que el aprendiz llegue a resultados algorítmicos, por eso hay que tratar el error como "organizador didáctico en el aprendizaje de la Matemática" (Fuentes, González, Graus & Rodríguez, 2016).

Cuando el estudiante ha sido parte de la población con fracaso escolar puede ser producto de las creencias o emociones que pudieron haberse presentado durante su estancia en el colegio, determinados por un sinnúmero de factores afectivos (Mora & Guacaneme, 2014).

2.4 El Método de Pólya

Pólya (1965) citado por Aguilar (2014) plantea el Método de Pólya es considerado como el hecho de resolver problemas como un proceso metódico y procedimental en el que el alumno utiliza su razonamiento en la búsqueda de una solución a una situación problémica, concibiendo un plan de acción para llegar al resultado correcto, es así que logra crear una estrategia para describir cómo debería enseñarse y aprender la manera de resolver problemas, esta teoría heurística también se relaciona con la Metacognición (Villalobos, 2008) enseñando a pensar el pensar, en donde se pone a prueba la curiosidad dando soluciones por los propios medios del aprendiz, obteniendo el encanto del descubrimiento y el disfrute del triunfo para conseguir finalmente que el alumno sienta placer por las matemáticas al adquirir un sentido para él, en su contexto.

Pólya (1985), fue reconocido con numerosas exaltaciones por su trabajo en la enseñanza de las matemáticas y su importante obra investigadora, frases como: sólo los grandes descubrimientos permiten resolver los grandes problemas, hay, en la solución de todo problema, un poco de descubrimiento, llevan a pensar que el ser humano se motiva en aplicar el conocimiento si en verdad se ve interesado en él. Es necesario resaltar que la teoría plasmada en el trabajo de Pólya (1985), ha sido y será retomada en muchos estudios concernientes a la resolución de problemas, a nivel internacional y no solo en el área de las matemáticas, sino en física, química, sociales, entre otras, sin embargo hay muchos aspectos que no han sido sistematizados y por ende tampoco son aún científicas, aunque este autor, utiliza bastantes recursos científicos en la colección de especímenes para luego analizar sus conexiones y relaciones entre ellas (Salinas, & Florencio, 2017).

Método de cuatro pasos de Pólya.

Pólya (1985), la estrategia de mejora de los aprendizajes en educación matemática incide en un trabajo pedagógico centrado en una matemática contextual, real e interesante. Dichas acciones llevadas a cabo por los profesores, y concentradas en conseguir una mejora en la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos en el aula, actúan bajo el entendido de que ésta es una potente herramienta didáctica y que su significado dentro de las salas de clases, promueve un cambio paradigmático en cuanto a la forma de enseñar matemáticas.

El método Pólya propone sistemáticamente cuatro pasos para resolver un problema de acuerdo a la necesidad del alumno y del docente de adquirir un trabajo personal, individual o grupal, del educando, en donde el maestro debe generar apoyo, guía y ayudarle pero no demasiado, aunque es cierto que resolver un problema también depende del estadio mental del individuo porque un problema para un niño entre 5 y 6 años, es un ejercicio aritmético para un adolescente entre 12 y 25 años de edad, la concepción de esta propuesta está basada en el pensamiento de autores como Piaget (1964) que consideran la importancia de la estructura física del cerebro humano, dentro de unas condiciones médicamente normales (Martínez & Alonso, 2009).

Comprender el problema. Pólya (1985) se refiere a este paso como la aprehensión del problema, primero se inicia con la búsqueda del sentido del texto del enunciado escrito tratando de visualizar el problema y comprenderlo en su totalidad no solo con los datos que nos arroja o a qué se quiere llegar, sino definiendo para qué le serviría resolverlo. Los estudiantes ya habiendo adquirido habilidades en las operaciones algorítmicas, abre paso a la interpretación del problema la cual se convierte en un punto crucial para resolverlo, pues si se comete errores en este paso, es seguro que los demás no funcionarán.

El enunciado del problema consta de datos con información básica, algunas veces datos con información irrelevante y mínimo una pregunta, de tal manera que surgen las siguientes preguntas siendo indispensable tener clara su respuesta: ¿por dónde debo empezar?, ¿qué puedo hacer?, ¿qué gano haciendo esto?, ¿cuál es la incógnita?, ¿cuáles son los datos?, ¿qué datos son relevantes y cuáles son los irrelevantes?, ¿cuál es la condición?, ¿ya he resuelto uno parecido? El docente que quiere desarrollar en sus estudiantes la habilidad para resolver problemas debe hacer que interesen en ellos y darles la mayor oportunidad de imitar y practicar. “No se va a contestar una pregunta que no se comprenda ni trabajar para un fin que no se desea” (Pólya, 1985 p. 28), pero más allá de comprender el problema también de querer resolverlo y al querer extraer la información del enunciado, resultan las anteriores interrogantes.

Configurar un plan. Se establece un plan, teniendo la seguridad de qué cálculos, procedimientos algorítmicos de qué operaciones específicas, razonamientos o construcciones mentales se deben efectuar para determinar la respuesta a la incógnita, en este paso se puede establecer diferentes errores hasta llegar al adecuado y la labor del docente es guiarlo para ello, pero es imprescindible tener conocimientos previos en matemáticas que son los instrumentos básicos para la conformación del plan, las siguientes preguntas, las puede formular principalmente el estudiante por sí solo y el docente para la elaboración del plan: ¿conoces algún problema relacionado con éste?, ¿puedes hacer uso del problema relacionado?, ¿puede enunciarse el problema de forma diferente?

Los recuerdos de otros problemas ya resueltos pueden ser punto de partida para poder resolver el nuevo problema o también encontrar problemas similares resueltos como punto de partida para realizar comparaciones, conclusiones y generalizaciones. El primer interrogante para este paso es ¿Cuál de las siguientes estrategias usar? (Pólya, 1985): Ensayo y error, usar una variable, buscar un patrón, hacer una lista, resolver un problema similar más simple, hacer una figura, hacer un diagrama, usar razonamiento directo, usar razonamiento indirecto, usar las propiedades de los números, resolver un problema equivalente, trabajar hacia atrás, usar casos, resolver una ecuación, buscar una fórmula, usar un modelo, usar análisis dimensional, identificar sub- metas, usar coordenadas o usar simetría (Aguilar, 2016).

Después de escoger la estrategia, también pueden surgir estas preguntas: ¿ha empleado todos los datos?, ¿ha hecho uso de todas las condiciones?, ¿podría introducir algún tipo auxiliar que les permitiese emplearlo? (Pólya, 1982).

Es necesario que se defina como mínimo dos planes para determinar cuál de ellos lleva a la respuesta correcta, o para tener certeza que en todos funciona, lo que permitirá hacer una mejor verificación.

Ejecutar el plan. Es colocar en funcionamiento el plan del segundo paso, con la implementación conjunta de los conocimientos previos, buenos hábitos de pensamiento y concentración. Lo que hay que hacer en este punto es concentrarse en los detalles que no estaban escritos en el plan, porque si llegara a faltar o ser olvidado algo se caería en el error, aspecto que no sucederá si el mismo estudiante ha creado su plan, pues si es impuesto por el maestro no será tan significativo como ser construido por él mismo, es importante que el maestro recalque la veracidad de cada paso preguntando su demostración para tener la certeza que le está quedando bien, lo importante es que el alumno esté seguro de cada paso, resultando ser el proceso más interesante que el mismo resultado.

Para este paso del método de Pólya (1965) es necesario tener en cuenta dos aspectos: ¿para qué hacemos lo que hacemos? y si un camino no lleva a ninguna salida hay que dejarlo e iniciar otro.

Los aspectos a considerar en esta etapa son: la implementación de la(s) estrategia(s) para solucionar completamente el problema o re direccionarlo, conceder un tiempo razonable para la solución del problema (si no se logra en un tiempo estipulado hay que suspender por el momento) y no tener miedo de volver a empezar porque esto no es fracaso si no una prueba más para llegar al éxito, aprovechando los errores cometidos (Castro, 2001).

Mirar hacia atrás. Pólya (1971) afirma que ningún problema puede considerarse completamente terminado (Pólya, 1971. p.35) que siempre queda algo pendiente y siempre se puede mejorar la solución o en su defecto su comprensión. Hay que tener presente que siempre puede haber errores más aún cuando el proceso ha sido largo y complejo, por eso es recomendable verificar y entonces surgen otras incógnitas que lo llevan más allá de su respuesta: ¿es tu solución correcta?, ¿existe una solución más sencilla o diferente?, ¿puedes generalizar tu solución?, ¿cuál era la información importante?, ¿presentaba contradicciones o redundancias?

Se puede hacer verificación del problema utilizando herramientas tecnológicas como software y calculadoras o simplemente rectificando por otro medio la respuesta sin olvidar que la resolución de un problema es una aventura y entre más aventuras se tenga, mejor será la capacidad de resolución de problemas. Así, se crea una estrategia de tipo metódico que organiza la mente de manera lógica y procedimental hacia la resolución de un problema matemático, dejando a un lado los contenidos, las operaciones algorítmicas para crear la motivación del cómo resolver estas situaciones.

2.4.1 Cuatros Pasos del Método A las Estrategias Heurísticas

Para resolver problemas, necesitamos desarrollar determinadas estrategias que, en general, se aplican a un gran número de situaciones. Este mecanismo ayuda en el análisis y en la solución de situaciones, donde uno o más elementos desconocidos son buscados. Es importante que los estudiantes perciban que no existe una única estrategia, ideal e infalible de resolución de problemas. Asimismo, que cada problema amerita una determinada estrategia y muchos de ellos pueden ser resueltos utilizando varias estrategias (Reynaga & Ruiz, 2014).

La idea de estrategias cognitivas para la resolución de problemas reconoce su filiación epistemológica en la psicología cognitiva. Cuando se habla de estrategias cognitivas se alude a secuencias integradas de procedimientos o actividades que se eligen con el propósito de facilitar la adquisición, el almacenamiento y/o la utilización de información o conocimientos (Bravo, 2017).

Algunas de las estrategias que se pueden utilizar son:

a. Tanteo y error organizados (métodos de ensayo y error)

Esta estrategia consiste en elegir soluciones u operaciones al azar y aplicar las condiciones del problema a esos resultados u operaciones hasta encontrar el objetivo o hasta comprobar que eso no es posible. Después de los primeros ensayos ya no se eligen opciones al azar sino tomando en consideración los ensayos ya realizados.

b. Resolver un problema similar más simple

Para obtener la solución de un problema muchas veces es útil resolver primero el mismo problema con datos más sencillos y, a continuación, aplicar el mismo método en la solución del problema planteado, más complejo.

c. Hacer una figura, un esquema, un diagrama, una tabla

En otros problemas se puede llegar fácilmente a la solución si se realiza un dibujo, esquema o diagrama; es decir, si se halla la representación adecuada. Esto ocurre porque se piensa mucho mejor con el apoyo de imágenes que con el de palabras, números o símbolos.

d. Buscar regularidades o un patrón

Esta estrategia empieza por considerar algunos casos particulares o iniciales y, a partir de ellos, buscar una solución general que sirva para todos los casos. Es muy útil cuando el problema presenta secuencias de números o figuras. Lo que se hace, en estos casos, es usar el razonamiento inductivo para llegar a una generalización.

e. Trabajar hacia atrás

Esta es una estrategia muy interesante cuando el problema implica un juego con números. Se empieza a resolverlo con sus datos finales, realizando las operaciones que deshacen las originales.

f. Imaginar el problema resuelto

En los problemas de construcciones geométricas es muy útil suponer el problema resuelto. Para ello se traza una figura aproximada a la que se desea. De las relaciones observadas en esta figura se debe desprender el procedimiento para resolver el problema.

g. Utilizar el álgebra para expresar relaciones

Para relacionar algebraicamente los datos con las condiciones del problema primero hay que nombrar con letras cada uno de los números desconocidos y en seguida expresar las condiciones enunciadas en el problema mediante operaciones, las que deben conducir a escribir la expresión algebraica que se desea.

2.4.2 La Enseñanza-Aprendizaje del Método Pólya en la Resolución de Problemas

Dentro del proceso de resolución de problemas es tarea del profesor dotar de habilidades al alumno para su desarrollo integral, entendiendo como habilidad "El dominio de un sistema de actividades psíquicas y prácticas necesarias para la regulación consciente de la actividad, de los conocimientos y hábitos" (Reynaga, & Ruiz, 2014. p.63).

El proceso sobre cómo enseñar el método Pólya para resolver problemas destaca la importancia en los entornos escolares de la instrucción directa desarrollada por el docente y observada por el estudiantado como guía y orientador del proceso, la instrucción guiada y el aprendizaje cooperativo entre iguales como instrumentos de apoyo gradual y sistemático para mejorar el proceso de resolución de problemas en los estudiantes (Hembree, 1992; Jitendra & Ping, 1997 citado por Ramírez (2017).

- *La instrucción guiada*

Este entorno de aula está representado por las investigaciones en una línea del constructivismo social de las ideas de Vygotsky en las que se defiende que el alumno aprende en situaciones interpersonales utilizando el andamiaje y apoyo de otro agente más experto que puede ser el docente, un agente externo o un niño más capaz y se enfatiza el papel de la interacción entre docente y alumno en un dialogo interactivo y el apoyo que realiza el primero en el proceso de aprendizaje del alumno. Desde este enfoque de trabajo, la intervención educativa destinada a promover el uso del método Pólya se realiza a través del diseño de situaciones interpersonales de aula, en las que el profesor, mediante el diálogo y el diseño de diferentes ayudas pedagógicas, modela el aprendizaje de los cuatro pasos, aplicándolos a situaciones problemas concretas y sus preguntas respectivas en cada paso de la resolución de problemas (Perales, 2014).

La reducción y la retirada progresiva de estas ayudas permitirán al alumno de primaria el uso independiente de estas estrategias y la resolución con éxito de nuevos problemas. Alineado a ello Sobrino (2016) en el campo de la enseñanza-aprendizaje de estrategias implícitas dentro del método Pólya de resolución de problemas el apoyo del docente y las ayudas que éste proporciona tendrá diferentes concreciones según los objetivos de cada trabajo, entre las cuales destacamos las tres siguientes:

- El Modelado magistral.

Un experto, maestro o un compañero más adelantado explica verbalmente el proceso de resolución de un problema, sirviendo de modelo de actuación. En la explicación, el modelo muestra qué acciones cognitivas, a diferencia de la instrucción directa, en este modelado verbaliza las explicaciones que realiza y qué variables (referidas a la persona, la tarea y el contexto) son relevantes en la toma de decisiones sobre la utilización de una determinada estrategia.

- El auto interrogación guiada.

Este procedimiento didáctico hace referencia a una formulación de interrogantes que buscan optimizar el proceso que sigue el estudiante para llegara realizar una secuencia siguiendolos cuatro pasos de Pólya, durante la resolución de dicho proceso. Estas preguntas a través del sistema de guías intentan regular de manera externa el proceso de aprendizaje del educando desde diferentes estrategias la resolución de problemas. El objetivo de estas estrategias, es doble: por un lado, favorecer la interpretación y el análisis explicativo por medio de respuestas dadas por el mismo estudiante sobre las propias decisiones, el control y la regulación de las propias actuaciones; y, por otro lado, lograr que el estudiante haga uso de distintos procedimientos de manera autónoma e independiente en el tiempo a largo plazo.

- El aprendizaje cooperativo entre iguales

Básicamente, este procedimiento instruccional está centrado en el alumnado y pretende favorecer el aprendizaje de determinadas estrategias heurísticas en el método de Pólya durante el proceso de resolución a partir del intercambio de información que tiene lugar en las actividades en pequeños grupos. La oportunidad que tienen los alumnos de ayudarse mutuamente en la resolución de una tarea, de negociar nuevos significados, de desarrollar nuevas estrategias y de construir nuevo conocimiento puede repercutir positivamente en su aprendizaje.

La extensa investigación realizada, en referencia al aprendizaje cooperativo en la resolución de problemas, destaca la importancia del tipo y de las características de la ayuda que se proporcionan los alumnos entre sí, durante el proceso de resolución para explicar el aprendizaje promovido por la interacción entre iguales (Ruesga, & RodrÃguez, 2009).

Respecto al tipo de ayuda que presentan los alumnos en entornos cooperativos, Sabrino (2016) concluye, en primer lugar, que el aprendizaje de los alumnos es mayor cuando el tipo de ayuda es de un nivel de elaboración alto y hace referencia a aspectos del proceso de resolución del problema. Este tipo de ayuda beneficia tanto al alumno que la ofrece, como al alumno que la recibe. En segundo lugar, la correlación de la ayuda recibida y el aprendizaje que los diferentes miembros del grupo consiguen depende de dos factores: de la calidad de la ayuda recibida y de la adecuación de la ayuda a la petición realizada.

Por lo tanto, y a partir de lo expuesto hasta este momento, para conseguir que la interacción entre iguales mejore el aprendizaje de sus miembros aplicando el método de cuatro pasos de Pólya, será necesario diseñar procesos instruccionales que faciliten los procesos de dar y recibir la ayuda adecuada durante el proceso de resolución de un problema concreto. Para conseguir este objetivo, diferentes autores destacan la organización y la estructuración de los procesos de interacción entre iguales a partir de la formulación de preguntas en “hojas para pensar el problema” y respuestas sobre el proceso de resolución del problema entre los miembros del grupo como instrumento guía que puede favorecer que los procesos de interacción entre éstos versen sobre aspectos relevantes de la tarea y de su resolución, aspectos que no aparecen espontáneamente en todos los grupos de iguales y que pueden repercutir positivamente en el aprendizaje de los alumnos (Bravo, 2017).

2.5 La Motivación

La motivación puede ser considerada como la etapa inicial del aprendizaje y en esta investigación se aborda desde Vadillo (2013) quien la define como la valoración de las tareas, los sentimientos de autoeficacia, las creencias de control y la ansiedad. Incluye la motivación intrínseca y extrínseca, la primera hace referencia a aquellas acciones realizadas por el interés que genera la propia actividad considerada como un fin en sí misma y no como un medio para alcanzar otras metas; la extrínseca se caracteriza generalmente como aquella que lleva al individuo a realizar una determinada acción para satisfacer otros motivos que no están relacionados con la actividad en sí misma, sino más bien con la consecución de otras metas que en el campo escolar suelen fijarse en obtener buenas notas, lograr reconocimiento por parte de los demás, evitar el fracaso, ganar recompensas, etc. Para Aguado (2014) citando a Font, la motivación es un factor determinante para incrementar el rendimiento en clase de matemáticas

Se debe buscar siempre generar patrones de motivación positiva de manera que el estudiante frente a una dificultad reaccione analizándola, busque una nueva estrategia, pregunte al profesor, etc, caso contrario cuando el estudiante presenta un patrón motivacional negativo frente a una dificultad, ya que aumentará su ansiedad y hasta se angustiará pensando que la causa de la dificultad es su incapacidad y adoptará una actitud defensiva.

2.5.1 La Evaluación el Aprendizaje de los Estudiantes en la Resolución de Problemas

La evaluación es una parte esencial del proceso de enseñanza-aprendizaje por lo tanto no se puede considerar aparte de forma aislada. En este trabajo de investigación se asume la evaluación como elemento valorativo dentro del currículo y, por tanto, unida a la orientación didáctica en la resolución de problema. Este aspecto está siendo cada vez más relevante para los educadores matemáticos, como así ponen de relieve publicaciones tanto en el campo de la investigación como en el de la innovación (Godino, 2014).

Los procedimientos metodológicos y requisitos de la evaluación tienen más importancia en el qué y el cómo aprenden los estudiantes que cualquier otro factor del proceso de enseñanza-aprendizaje. Los alumnos se adaptan, en cada caso, a la forma de explicar y de evaluar del profesor y estudian en función de qué, cómo y cuándo serán evaluados. Conocedores de esta realidad, los docentes debemos realizar un cambio de concepción de la evaluación como instrumento sancionador con el que mostrar autoridad para pasar a considerar la evaluación como un proceso que sirva de autorreflexión al alumno, para que sepa de qué es capaz de hacer, qué debe mejorar y cuáles son sus errores. Y, finalmente, aprovechar esta información para guiar el aprendizaje de cada estudiante y tomar decisiones tanto instruccionales como institucionales (Cárdenas, Blanco, Gómez y Guerrero, 2013; Chamoso & Cáceres, 2016 y Blanco, 2015).

Habitualmente se hace referencia a dos tipos de evaluación: la formativa, que trata de la orientación y asesoramiento de los estudiantes y suele ser de carácter cualitativo, y la sumativa, que se ocupa de la calificación y promoción de los alumnos, y suele ser cuantitativa. En el mundo anglosajón se diferencian los términos assessment y evaluation según se asocie a la evaluación formativa o a la sumativa respectivamente (Cáceres, Quintero, & Cartaya, 2016). Desde las directrices nacionales e internacionales se aconseja el carácter formativo de la evaluación de manera que se utilice como un instrumento útil tanto para los profesores, puesto que puede favorecer la reflexión sobre la práctica docente mediante información de fortalezas y debilidades de la propia actuación, como para los alumnos, puesto que les permite ser conocedores de lo que saben y lo que deben seguir trabajando, así como de su proceso de aprendizaje (Chamoso & Cáceres, 2016).

Se recomienda que la evaluación sea continua, orientadora, criterial, puesto que debe comenzar con la evaluación inicial, continuar durante todo el proceso formativo y terminar con la evaluación final en un proceso que debe ser algo más que aumentar el número de pruebas escritas puesto que ha de incluir actividades variadas con las que el profesor pueda realizar un adecuado seguimiento del progreso de aprendizaje. Orientadora, como instrumento que permita diagnosticar logros y debilidades para después buscar soluciones con nuevas estrategias de enseñanza-aprendizaje. Criterial, de manera que fije la atención en el progreso individual del alumno respecto a metas establecidas desde el comienzo del curso y cuyo punto de partida se establezca en la evaluación inicial (BOE, 2006a; NCTM, 2000).

Si pretendemos realizar una verdadera evaluación formativa, debemos decidir qué criterios son los adecuados a nuestros objetivos de enseñanza, qué instrumentos y técnicas son más apropiados y en qué momento debemos utilizarlos, qué actividades permitirán realizar un mejor seguimiento y, además, qué instrumentos facilitarán la valoración de las diversas actividades que se utilicen a lo largo del proceso (Blanco, 2015). Además, los estudiantes deben ser conocedores en todo momento de los criterios por los que van a ser evaluados para facilitar la compleja tarea de valorar las diversas actividades que compondrán el entramado del proceso evaluativo, tanto a alumnos como a profesores, se pueden utilizar matrices de valoración, que se suelen llamar rúbricas o listas de valoración.

Las rúbricas de evaluación pueden ser holísticas o analíticas en función del tipo de evaluación que se desee realizar y los criterios que consideremos para ello. Las rúbricas holísticas se utilizan generalmente para realizar una evaluación de naturaleza sumativa, ya sea para evaluar la adquisición de un conocimiento concreto o bien para valorar la calidad global de actividades abiertas donde no haya una respuesta correcta definitiva y pueda permitir errores en el proceso. Las analíticas se suelen utilizar para una evaluación más pormenorizada de los diversos aspectos que se consideran fundamentales en el proceso.

rúbricas son más costosas de construir y de aplicar que las holísticas, pero, por otro lado, permiten un alto grado de retroalimentación para los estudiantes (Nitko, 2001) citado por Blanco (2015).

Tabla 1.
Matriz de valoración de resolución de problemas de matemáticas

Categoría de análisis	Sub categoría	Indicadores	Valoración	Explicaciones y comentarios de Errores
Comprensión del problema	Interpretación del texto problema.	¿Leyó cada problema varias veces?		
	Identifica los datos que ofrece el problema	¿Comprendió el enunciado de cada problema?		
	Relaciona las partes del problema con la incógnita para solucionarlo.	¿Identificó la incógnita en el enunciado de cada Problema?		
	Parafrasea el texto polémico	¿Puede replantear cada problema en sus propias palabras?		
Plan de solución	Describe por escrito paso a paso el plan estratégico de la solución.	¿Identifico en cada problema las operaciones o procedimiento que debía realizar para obtener la respuesta?		
		¿Descompuso cada problema en problemas más pequeño?		

		¿Recuerda, y puede relatar lo primero que hizo para resolver cada problema y lo que hizo después?
Ejecutar el plan	Ejecuta los pasos ordenados descritos en el plan de solución	¿Verificó cada paso que realizó en cada uno de los problemas?
	Opera los algoritmos requeridos	¿Buscó varias alternativas para resolver cada problema?
Visión retrospectiva	La respuesta obtenida responde a la incógnita inicial	¿Revisó en cada problema si los resultados eran acordes con lo que se pedía?
	Evalúa la estrategia y plantea otras alternativas de resolución	¿Buscó nuevas formas de hallar el resultado del problema?
	Revisa los procesos realizados	¿se preguntó si el procedimiento empleado en cada problema sirve para resolver similares

Fuente: Elaboración propia de los autores (2017)

2.6 Marco Legal

El presente trabajo se ampara en las diferentes disposiciones legales vigentes iniciando con La Constitución Política de Colombia la cual establece: “La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica y a los demás bienes y valores de la cultura. La educación formará al colombiano en el respeto a los derechos humanos, a la paz y a la democracia; y en la práctica del trabajo y la recreación, para el mejoramiento cultural, científico, tecnológico y para la protección del ambiente (Art. 67).

Siguiendo con la Ley 115 de 1994 la cual refiere en el artículo 20 ~ Objetivos generales de la Educación Básica literal c) Ampliar y profundizar en el razonamiento lógico y analítico para la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, la tecnología y de la vida cotidiana;

Así mismo en el artículo 21 los objetivos específicos de la educación básica en el ciclo de primaria. Literal e) El desarrollo de los conocimientos matemáticos necesarios para manejar y utilizar operaciones simples de cálculo y procedimientos lógicos elementales en diferentes situaciones, así como la capacidad para solucionar problemas que impliquen estos conocimientos.

De igual manera, el decreto 1860 refiere en su artículo 34 sobre la continuidad del proceso educativo en la educación por medio de proyectos que correlacionen los conocimientos con las asignaturas.

La resolución 2343 de junio 1996 numeral 7. Matemáticas. Establece en su sección tercera los indicadores de logros curriculares para los grados cuarto, quinto y sexto de la educación básica" (p. 37) que al tenor expresa:

2.5.1 Explora y descubre propiedades interesantes y regulares de los números, utiliza habitual y críticamente materiales y medios para verificar predicciones, realizar y comprobar cálculos y resolver problemas.

2.5.2 Investiga y comprende contenidos matemáticos a partir de enfoques de resoluciones de problemas, formula y resuelve problemas derivados de situaciones cotidianas y matemáticas, examina los resultados teniendo en cuenta el planteamiento original del problema.

Como puede observarse en los dos indicadores de logro señalados anteriormente se destaca la importancia de esta disposición legal que menciona la necesidad de la resolución de problema, como prácticas culturales de contexto escolar la cual apunta a cumplir la presente propuesta de investigación.

El método de Pólya, es un procedimiento que conduce a la resolución de problemas, de modo significativo, en particular haciendo uso de las operaciones mentales; sin tener métodos rigurosos en su aplicación (Pólya, 1989)

Definición operacional

Consistió en una serie de pasos secuenciales en la resolución de problemas que han sido desarrollados a través de las sesiones denominados talleres Método Pólya con los estudiantes y la participación activa de éstos, poniendo énfasis en la aplicación de una matemática vivencial, a través de la exploración entre integrantes de los equipos de trabajo, cumpliendo con las normas establecidas por el grupo.

Variable dependiente: la resolución de problemas aditivos multiplicativo

a. *Definición conceptual*

Ruiz y García (2003, p. 325) explican que la resolución de problemas matemáticos de tipo aditivo multiplicativo se concibe “como generadora de un proceso a través del cual quien aprende combina elementos del conocimiento, reglas, técnicas, destrezas y conceptos previamente adquiridos para dar solución a una situación nueva”. Así, la resolución de problemas puede considerarse como el eje central de la enseñanza en matemática.

b. *Definición operacional*

La resolución de problemas matemáticos de tipo aditivo multiplicativo es un proceso de aprendizaje, que desarrollado a través de él se construyen esquemas mentales.

Esta variable ha sido medida a través de un instrumento de observación y encuestando a los estudiantes, cuyo objetivo fue determinar si se mejora la competencia de resolución de problema en los estudiantes a través de la aplicación del método de George Pólya tal como se esperaba en los estudiantes del cuarto grado de educación primaria, el mismo que está compuesto por un conjunto de ítems.

3. Metodología

3.1 Tipo de Investigación

La investigación está enmarcada en los criterios metodológicos empírico analítico de enfoque cuantitativo, con un diseño cuasi-experimental de grupos equivalentes (control y experimental). Es de tipo cuantitativo pues de acuerdo con (Severino, 2017) este enfoque investigativo es un proceso secuencial y probatorio que usa la recolección de datos con base en la medición numérica y el análisis estadístico para establecer patrones de aprendizaje.

Esta investigación presenta un diseño cuasi-experimental, Achaerandio (2010) indica que al realizarla se manipula una o varias variables independientes en condiciones con cierto rigor de control, prediciendo lo que pasará en una o varias variables dependientes.

3.2 Población

La población objeto de estudio está conformada por los estudiantes del nivel de primaria la sede Principal de la Institución Educativa Departamental, Arcesio Cáliz Amador del municipio El Banco Magdalena, que se encuentran en el rango de edades entre los 9 y 11 años de edad.

Dicha población en su gran mayoría pertenece a familias de estrato socio económico bajo, con un nivel educativo de igual condición (no superan la básica primaria). Su principal actividad económica está relacionada con oficios varios propios del campo como: oficios informales, empeladas domésticas, entre otros.

3.3 Muestra

La muestra se seleccionó de forma no probabilística, conformada por grupos intactos, correspondientes a los estudiantes de ambos grupos(A con 42 estudiantes) y (B con 45 estudiantes) del grado cuarto primaria de la sede principal de la Institución Educativa Departamental, Arcesio Cáliz Amador del municipio El Banco Magdalena, a los cuales se les aplicó una prueba de equivalencia (Anexo) para garantizar que ambos grupos iniciaran el experimentos en igualdad de condiciones en cuanto a las competencias de comprensión lectora, análisis lógico matemático y comprensión algorítmica de las cuatro operaciones matemáticas básicas.

3.4 Diseño Metodológico

El diseño seleccionado para la presente investigación quedó definido como cuasi experimental, porque se trabaja con un solo grado (4º) separado en dos sub grupos (4º A y 4º B) con pruebas antes y después de la aplicación del método de George Pólya. La ejecución de este diseño implica tres pasos:

a. Una medición previa de la variable dependiente a ser estudiada (pre - test).

b. Introducción y aplicación de la variable independiente o experimental (X) a la muestra en estudio, con una medición a través de una encuesta de opinión por el mismo estudiantado.

c. Una nueva medición de la variable dependiente (post test).

Asume el siguiente esquema: GE: O1 X O2

Donde:

GE: Grupo experimental.

X: Variable Independiente: Método de George Pólya.

O1: Información recogida de la variable dependiente (Pre test). O2: Información recogida de la variable dependiente (Post test).

6. Técnicas e Instrumentos de recolección de información. El procedimiento experimental consta de tres fases:

La primera fase o etapa diagnostica ha consistido en la resolución de diez y siete problemas sobre el contenido matemático de situaciones aditiva y multiplicativas, que constituyen la prueba de evaluación inicial o pre-test, denominado prueba piloto. Para ello el instrumento de evaluación utilizado para verificar las capacidades previas de los estudiantes en la resolución de problemas fue necesario realizarle un análisis de validez interna a la prueba, así que antes de aplicar la prueba inicial definitiva, se aplicó una prueba diagnóstica o pre-test con los problemas, esta prueba aplicada a los estudiantes tuvo una duración de una hora en una sola sesión de trabajo. Y se le hizo el siguiente análisis a los resultados para conocer la confiabilidad del instrumento y la correlación entre cada ítem acorde a las capacidades de los estudiantes.

3.5 Control de variable

¿Qué?	Por qué?	Cómo?
Instrumento	El instrumento debe permitir evaluar las habilidades y competencias matemáticas que poseen los estudiantes de grado 4º en lo concerniente a la resolución de problemas matemáticos.	Realizar un proceso exhaustivo de la selección de preguntas que evalúen las habilidades y competencias: resolución de problemas matemáticos a partir de la utilización de las 4 operaciones básicas. Establecer de validación y confiabilidad por medio de la aplicación de una prueba piloto para analizar cada uno de los ítems a la luz de la teoría clásica de ítems.
Muestra 4 A y 4 B.	Se escogieron los alumnos de estos dos cursos pertenecientes a la jornada de la mañana por presentar desempeño académico bajo y homogéneo en el área de matemáticas.	El docente investigador está a cargo de uno de estos grupos y puede realizar las intervenciones.
Condiciones Físicas en la aplicación del instrumento	En la implementación del instrumento se controló que fuera en las primeras horas de clase. Se tuviera suficiente iluminación, evitar ruidos procedentes de estudiantes de cursos cercanos.	Se brinda las condiciones mínimas necesarias para que el pilotaje, el pre test y pos test se desarrollen de forma adecuada y normal.
Intervención	Estableciendo un cronograma de actividades fechas precisas de acuerdo al calendario académico para cada encuentro con los estudiantes.	Para tener una proyección de las actividades a realizar y el nivel de seguimiento y exigencia en cada una de ellas para lograr los objetivos propuestos.
Talleres	Entrega de los talleres a los estudiantes pasos por paso en hojas independientes.	Los estudiantes no seguían la ruta marcada por el docente en los talleres. Esto afecta los objetivos propuestos.

3.6 Cronograma de Actividades

Tabla 2.

Cronograma de Actividades

MESES	Junio				Julio				Agosto				Septiembre				Octubre				Noviembre				Dic	Ene
ACTIVIDADES	Semanas				Semanas				Semanas				Semanas				Semanas				Semanas				Semanas	Sem
Definición del tema objeto de Estudio																										
Revisión bibliográfica																										
Revisión y aprobación de la propuesta																										
Selección y aplicación de prueba piloto																										
Análisis, validez y confiabilidad del pre test																										
Aplicación del pre-test																										
Análisis y categorización de la información recolectada																										

Diseño y desarrollo de la propuesta de intervención																										
Evaluación y aplicación de encuesta a los estudiantes.																										
Elaboración de conclusiones y recomendaciones																										
Elaboración del informe final																										
Evaluation																										
Sustentation del Proyecto																										

Fuente: Elaboración propia del autor (2017)

4. Análisis de la Prueba Piloto

La realización del análisis consiste en:

1. Cálculo del Alfa de Crombach de acuerdo a los resultados de la prueba piloto.
2. Análisis de ítem – ítem realizando exclusión para verificar si al extraer Algún reactivo de acuerdo a el Alfa mejora teniendo en cuenta la teoría clásica y teoría respuesta al ítem bajo los parámetros de Dificultad y Discriminación.
3. Curva característica para cada uno de los reactivos de la prueba.
4. Es importante resaltar que para este análisis se utilizarán los paquetes estadísticos SPSS versión XX y R.
5. Para tener en cuenta de acuerdo a la Teoría Respuesta al ítem:

Tabla 3.

Intervalo de dificultad

Intervalo	Dificultad
< -1	Muy fácil
-1 < x < 0	Fácil
0 < x < 1	Normal
1 < x < 2	Difícil
X > 2	Muy difícil

Fuente: Elaboración propia (2017)

Tabla 4.
Intervalo de discriminación

Intervalo	Discriminación
x < 0,5	No discrimina
0,5 < x < 1	Bajo poder de Discriminación
1 < x < 1,3	Aceptable poder de Discriminación
X > 1,3	Excelente poder de discriminación

Fuente: Elaboración propia (2017)

De acuerdo a lo anterior se tiene que:

1. Cálculo del Alfa de Crombach de acuerdo a los resultados de la prueba piloto.

ALFA DE CRONBACH	Nº DE ELEMENTOS
0,664	17

Análisis de ítem – ítem realizando exclusión para verificar si al extraer algún reactivo de acuerdo al Alfa mejora teniendo en cuenta la teoría clásica y teoría respuesta al ítem bajo los parámetros de Dificultad y Discriminación.

De acuerdo con el primer cálculo realizado del Alfa de Crombach para todos los ítems, se sugiere eliminar el reactivo nº1. Este resultado se complementa con la teoría de respuesta al ítem, según la cual este reactivo tiene un índice de dificultad de 1,66 y uno de discriminación de 0,861; lo cual implica que está clasificado como un reactivo difícil y de poco poder para discriminar entre un estudiante hábil y uno no hábil en la temática evaluada (Ver figura 1).

	Media de la escala si se elimina el elemento	Varianza de la escala si se elimina el elemento	Correlación elemento total corregida	Alfa de Crombach si se elimina el elemento
P1	7,7000	10,971	-,287	,706
P2	7,3231	9,058	,355	,638
P3	7,5077	9,306	,265	,650
P4	7,5462	8,715	,487	,620
P5	7,5231	8,794	,451	,625
P6	7,6154	8,967	,421	,630
P7	7,1538	9,403	,297	,646
P8	7,3977	9,253	,289	,647
P9	7,4923	9,461	,210	,657
P10	7,4538	9,009	,362	,637
P11	7,2385	9,129	,356	,638
P12	7,4538	8,978	,373	,635
p13	7,3308	8,781	,454	,625
P14	7,3308	9,510	,196	,658
P15	7,5692	10,402	-,091	,692
P16	7,6615	9,714	,161	,662
P17	7,5615	9,690	,143	,665

Figura 1. Coeficiente

Fuente: Elaboración propia (2017)

Al contrastar esta información con la respectiva curva característica, se concluye que un estudiante hábil en la temática evaluada no llega a un 50% de probabilidad para responder la pregunta; además, es clara la poca discriminación que evidencia el reactivo.

Coefficients:

	Dffclt	Dscrmn
V1	1.667	0.861
V2	0.514	- 0.975
V3	-0.673	-0.537
V4	-0.434	-1.618
V5	-0.354	-1.541
V6	-0.872	-1.162
V7	1.443	-1.002
V8	0.652	-0.849
V9	-0.525	-0.563
V10	-0.137	-0.975
V11	0.792	-1.341
V12	-0.093	-1.464
V13	-0.331	-2.442
V14	0.686	-0.595
V15	1.851	0.334
V16	-1.978	-0.560
V17	-2.485	-0.232

Figura 2. Coeficiente

Fuente: Elaboración propia (2017)

De acuerdo al cálculo realizado del Alfa de Crombach para todos los ítems, se sugiere eliminar el reactivo nº1. Este resultado se complementa con la teoría de respuesta al ítem, según la cual este reactivo tiene un índice de dificultad y discriminación de:

Pregunta	Dificultad	Discriminación
1	4,4163	0,1612

Lo cual implica que estos reactivos están clasificados con alta dificultad y poca discriminación. De manera general, se puede decir que los ítems de este cuestionario no son los mejores ya que todos, menos el nº1, no son respondidos por estudiantes que en teoría tienen habilidad en el constructo evaluado (Ver Figura 3,4 y 5).

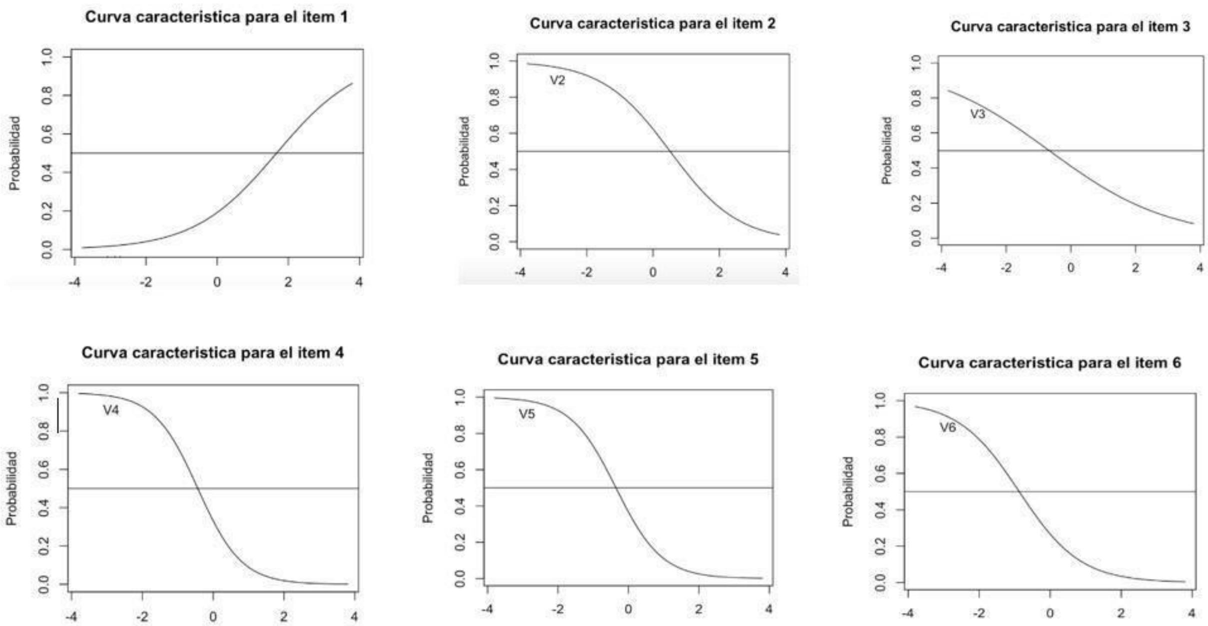


Figura 3. Curva característica ítem 1,2,3,4,5,6

Fuente: Elaboración propia (2017)

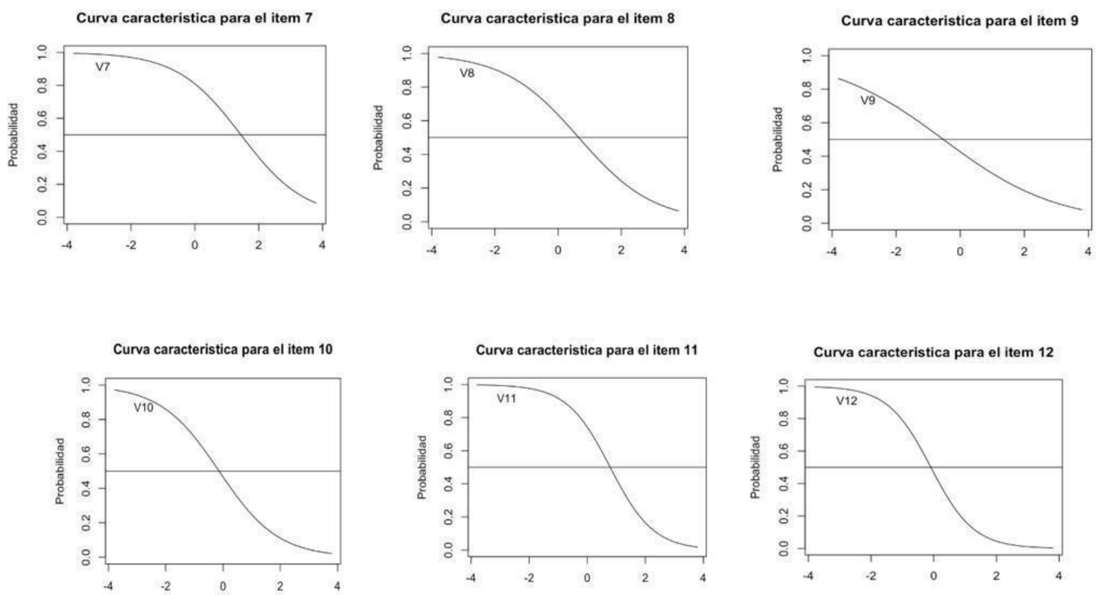


Figura 4. Curva característica ítem 7, 8, 9, 10, 11 y 12
Fuente: Elaboración propia (2017)

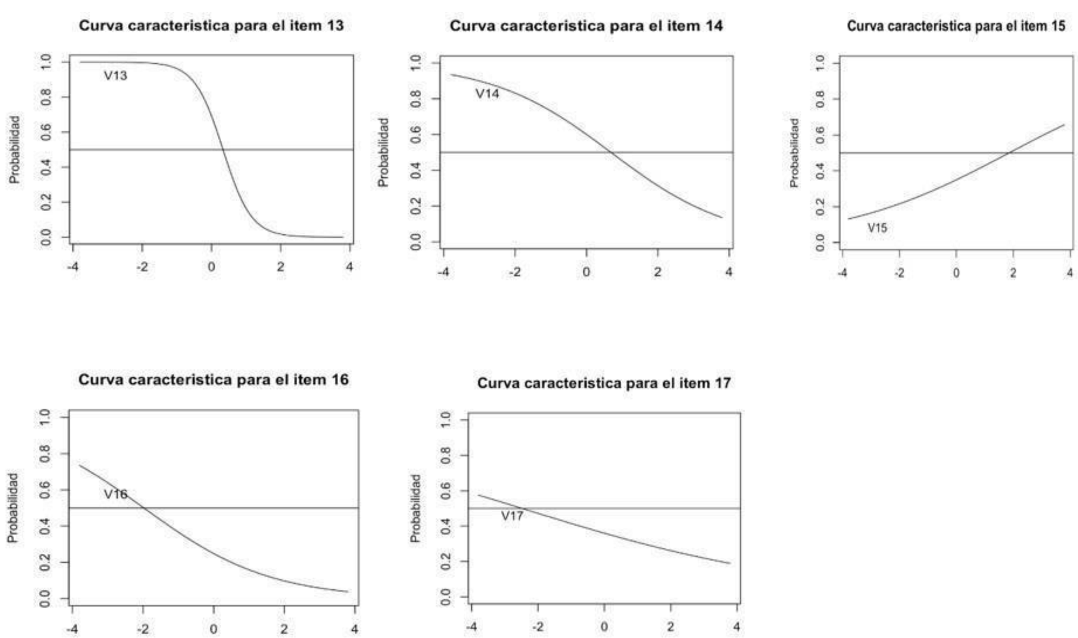


Figura 5 Curva característica ítem 13, 14, 15, 16 y 17.
Fuente: Elaboración propia (2017)

Con base en los resultados obtenidos en el análisis de prueba piloto se hizo la modificación correspondiente para la aplicación de la prueba definitiva. En primera instancia, se identificó cómo se encuentran los estudiantes en cuanto a la resolución de problemas matemáticos de tipo aditivo multiplicativo, realizando unas mediciones iniciales, con una serie de problemas para que los estudiantes den solución y analizar las respuestas obtenidas. Con este instrumento modificado, se observa cuál es el procedimiento que los estudiantes realizan al momento de enfrentarse a la resolución de problemas y verificar que tan efectivo es el mismo.

Los resultados obtenidos mostraron, que los estudiantes, en su mayoría, al enfrentarse a la resolución de problemas matemáticos, no siguen los pasos propuestos por Pólya. Y al realizar el análisis de las respuestas dadas por los estudiantes, se observó que:

Así mismo, se evidencian dificultades en la comprensión de los enunciados de los problemas. En la prueba se limitaban a escoger una opción de respuesta sin realizar un análisis u operación para obtener la misma. Se observó mucha confusión y poca motivación para la realización de la prueba. Los estudiantes tienen la idea de que todos los problemas se solucionan a través de una adición. Efectúan operaciones sin reflexionar si estas conllevan a obtener la respuesta correcta.

Con respecto a la segunda fase o fase de intervención, corresponde a la realización por parte de los alumnos de una propuesta de enseñanza-aprendizaje de procedimientos de resolución de problemas utilizando el método Pólya sobre el contenido de situaciones aditiva y multiplicativa durante un bimestre de clase.

En líneas generales, la propuesta de enseñanza-aprendizaje que se aplica a los dos grupos de alumnos se divide en dos partes bien diferenciadas cuarto A, grupo control, con ellos se desarrolló la enseñanza tradicional en la resolución de problemas matemáticos y con el curso cuarto B, grupo experimental con este colectivo se desarrolló la enseñanza -aprendizaje de resolución de problemas matemáticos, a través del método Pólya.

Una primera parte tiene como principal objetivo el aprendizaje del contenido de situaciones aditivas y multiplicativas. Una segunda parte favorece el aprendizaje colaborativo de estrategias de resolución de problemas complejos sobre situaciones aditivas y multiplicativas. En esta segunda parte, parejas de alumnos resuelven diversos problemas contextualizados en la vida cotidiana con la ayuda de un material didáctico que denominamos “hojas para pensar el problema”

Este material didáctico tiene como principal objetivo guiar y enriquecer el proceso del método Pólya en la resolución del problema. Se plantea a los alumnos diferentes interrogantes, indicaciones y sugerencias sobre los posibles procedimientos que deben emplear para resolver el problema. Si realiza la respuesta al interrogante, indicación, y sugerencia solicitada en cada etapa del proceso de resolución de cada problema, confirma contestando con un SI o un NO , según proceda, avanza o retrocede. De este modo, este material didáctico ha sido diseñado para constituir una ayuda externa que el alumno o las parejas de alumnos utilizan mientras resuelven el problema.

La guía induce a los alumnos a reflexionar sobre la necesidad de aprender y utilizar el método Pólya (entender el problema, configurar un plan de solución utilizando una estrategia seleccionada, ejecutar el plan desarrollando la estrategia elegida y revisar hacia atrás los procesos para reflexionar sobre lo realizado). Las cinco estrategias generales en enseñanza directa que siguen los niños diestros en resolución de problemas, según las investigaciones realizadas en este campo (por ejemplo: Krulik y Rudnick, 1989; Schoenfeld, 1985, 1992). Las cinco estrategias generales trabajadas en la guía son: a) entender yanalizar el problema; b) planificar un plan de resolución; c) organizar los datos y el plan de resolución en un cuadro de doble entrada, d) resolver el problema, y e) evaluar el proceso de resolución del problema y el resultado obtenido. El método Pólya mejorado con los aportes de otros.

Con el objetivo de incidir en los procesos de interacción y de aprendizaje de estrategias de resolución de problemas, el profesor o guía del proceso enseñanza - aprendizaje ha utilizado los tres métodos que se detallan a continuación, y que se consignan en laamplia literatura dedicada al estudio sobre cómo enseñar estrategias para resolver problemas (por ejemplo: Schoenfeld, 1985; Delclos y Harrington, 1991; King, 1991, 1994)

a) Instrucción directa: el profesor presenta los diferentes procedimientos que se trabajan en la guía.

b) Instrucción guiada: el profesor modela cómo utilizar la guía como instrumento de ayuda para pensar y resolver el problema en parejas.

c) Análisis y discusión meta cognitiva del proceso de resolución del problema. Por un lado, el profesor dinamiza el trabajo de las parejas supervisando su proceso de resolución y realiza diferentes preguntas y orientaciones que pueden dirigir o reorientar la resolución del problema. Por otro lado, y al finalizar la resolución de cada problema, una pareja de alumnos del grupo expone los principales procedimientos utilizados para resolver el problema, mientras que el resto del grupo analiza y valora el proceso y el producto obtenido.

Después de las doce secciones de talleres con la metodología de Pólya con el grupo experimental y desarrollo de enseñanza tradicional con el grupo control en la resolución de problemas matemáticos de tipo aditivo multiplicativo, se realizó una encuesta estructurada dicotómica con el objetivo de valorar si existen diferencias significativas en la competencia resolución de problemas matemáticos en los estudiantes, utilizando la metodología de Pólya en el grupo experimental, después de ser intervenido.

La encuesta utilizada en esta fase se encuentra estructurada por el objetivo específico de la investigación relacionado con Valorar si existen diferencias significativas en la competencia resolución de problemas matemáticos en los estudiantes, utilizando la metodología de Pólya en el grupo experimental después de ser intervenido. En relación con el grupo control a quienes se le enseñó con metodología tradicional la resolución de problemas matemáticos.

La encuesta se encuentra estructurada así:

Una condicionante inicial donde se solicita al estudiante resolutor de problemas matemáticos marcar con X la respuesta que considere correcta sobre el proceso de resolución de problemas matemáticos con los cuatro pasos de Pólya. que usted realizó durante las diferentes secciones y talleres

El primer ítem de la encuesta relacionado con cada una de las etapas del método Pólya (entender el problema), en su literal a.), b,) y c.) busca conocer un auto informe sobre la opinión del mismo estudiantado, afirmativa o negativamente, sobre la interpretación o comprensión del texto problema, lo fácil o difícil que le ha sido la discriminación de los datos, las relaciones y condiciones entre los mismos dentro de los problemas. Las lecturas requeridas para entenderlos.

En los literales d.) Y e.) Buscan saber por el mismo estudiantado si le fue fácil o no, identificar la incógnita en los problemas resueltos en los talleres. Y si logra o no, identificar los datos suministrado en los problemas planteados.

Con el literal f.) Se pretende conocer la opinión del estudiantado sobre la capacidad o no de parafrasear los textos problemas en sus propios términos.

Con el ítem 2°, Concebir el plan de solución en sus literales a.), b.) Se busca conocer la opinión del estudiantado sobre si logra o no, identificar los nombres de algunas estrategias, operaciones o procedimientos aritméticos para obtener la solución a los problemas enfrentados.

Con los interrogantes de los literales c.) Y d.), se pretende conocer la opinión del estudiantado sobre si es o no, necesario descomponer un problema matemático en otros más pequeños para encontrar su solución. Además, se recurre a la capacidad memorística del estudiantado para observar si puede o no, recordar y relatar lo que ha realizado durante las doce secciones de talleres en la etapa de concebir el plan de solución en el método de Pólya para la resolución de problemas matemáticos.

Con los interrogantes del 3º ítem, Ejecutar el plan, en su literal a.), b.) Se busca verificar si se realiza o no, cada paso del plan concebido o la estrategia elegida en la etapa anterior del método Pólya, o si por el contrario buscas varias alternativas de solución o no en la ejecución del plan.

Así mismo con los interrogantes del ítem 4º Visión retrospectiva, en sus literales a.), b.) Y c.) Se pretende conocer la opinión de los estudiantes sobre su capacidad para revisar o no, si los resultados son acorde a lo que se pedía inicialmente en los problema resuelto en los talleres, además conocer la opinión de si o no, reflexionan sobre buscar nuevas formas de hallar el resultado obtenido en las fase anterior y si el procedimiento empleado sirve para resolver otros problemas similares o no.

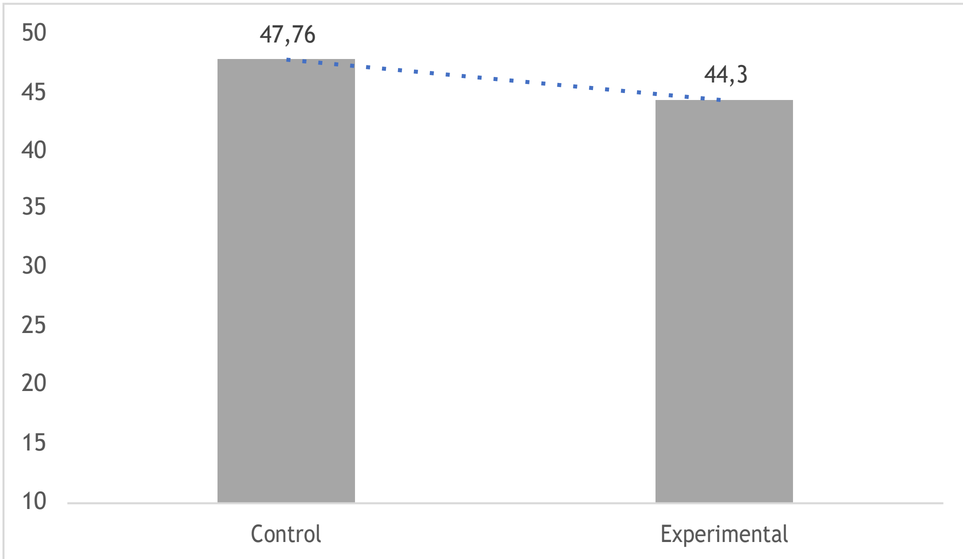
La tercera fase del proceso experimental ha consistido en la resolución de los problemas que forman la prueba de evaluación final o post-test. Los diez y siete problemas de la prueba post-test presentan características similares a los resueltos en la prueba de evaluación inicial o pre-test.

4.1 Etapa de Análisis

Primera fase: diagnóstico inicial

Aplicada la prueba inicial definitiva de resolución de problema matemáticos de tipo aditivos multiplicativa escrita (pre test) (ver anexo). Se categorizaron los resultados obtenidos quedando así:

Nivel de resolución de problemas obtenido por los escolares del grado cuarto de educación primaria, durante el pre test grupo control y experimental.



.

Figura 6 Resultados totales Pres Test

Fuente: Elaboración propia de autores (2017)

De acuerdo a estos resultados se identifica que los promedios de los porcentajes de logro en el pre test en la prueba de resolución de problemas matemáticos de tipo aditivo y multiplicativo para el grupo control y experimental son de 47,76% y 44,3% con una desviación estándar de 18,19% y 21,47%; bajo estos elementos, los dos grupos evidencian un bajo comportamiento en el porcentaje de logro y alta variabilidad en relación a la media de la prueba aplicada; adicional a este comportamiento se observa que no logran, un resultado medio por grupo, igual al mínimo aprobatoria para dicha aplicación, el cual es del 60%

Además, los intervalos de confianza con una significancia del 5% para la media en el grupo control y experimental son 42,09 – 53,43 y 37,85 – 50,75 respectivamente, quienes refuerzan la idea del bajo rendimiento en este Pre Test. También se destaca la baja variabilidad en el conjunto de datos, teniendo en cuenta que sus respectivos coeficientes de variación de Pearson son 38,09% y 48,46% los cuales son evidencia de lo anterior mostrado.

Se puede identificar en el conjunto de datos que se tiene al menos un estudiante con un puntaje máximo en la prueba de 87,5% para el grupo control y el experimental. En contraste se tiene como puntaje mínimo 12,5% para el grupo control y 6,25% en el experimental.

Segunda Fase: implementación

Esta segunda fase se dirigió a la formulación y ejecución de un conjunto de talleres de intervención. Dicho proceso comprendió dos momentos, el primero destinado al desarrollo de estrategias aplicadas a la resolución de problema matemáticos de acuerdo con el método G. Pólya. Sin duda la primera etapa del método, “comprender el enunciado”, es la que cobra mayor importancia, porque si no se tiene claridad y no se entiende la situación, muy difícilmente se puede tener éxito en la solución. En esta fase el estudiante debe determinar, del enunciado, los datos que proporciona, lo que preguntan(incógnita), es decir, a lo que se le va a dar respuesta y establecer las relaciones que hay entre los datos y la incógnita.

Para el desarrollo de esta fase se propone que se planteen unas situaciones problémica contextualizadas para que el estudiante se sumerja en las mismas y logren determinar los datos que suministran y las incógnitas, y establezcan las relaciones existente entre éstos dos, para ello se sugiere que se le vaya direccionando el trabajo a los estudiantes con preguntas como: ¿qué preguntan o qué se pide?, ¿cuál de la información que suministra el enunciado permite dar respuesta a lo que preguntan?, ¿de qué trata el problema?, ¿entiende todo lo que dice?, ¿puede replantear el problema en sus propias palabras?, ¿hay suficiente información?, ¿hay información extraña? Cabe aclarar que esta etapa no se facilitó, ni se debe dar respuesta a la pregunta.

Cuando los estudiantes muestren dominio de la primera etapa “comprender el enunciado”, se procede a continuar con la segunda etapa del método propuesto por Pólya, que es “concebir un plan de solución”. Esta etapa busca que los estudiantes determinen que pasos van a seguir para llegar a la respuesta de la pregunta que plantea el problema y este trabajo se va guiando a través de preguntas como: ¿ha realizado un problema similar?, ¿qué pasos siguió para resolverlo?, ¿qué idea tiene para resolver este problema?, ¿Identifica submetas? Y luego se les pide que identifiquen las operaciones necesarias para resolver los problemas (visualizar una idea de solución sin resolver aun los problemas).

Se propone que esta etapa se trabaje con los problemas que ellos estaban trabajando en la primera etapa, ya que son de su conocimiento En el momento que los estudiantes determinen el plan de solución para dar respuesta al problema planteado, se continúa con la metodología basada en el método heurístico de Pólya, la cual en su tercera etapa busca la ejecución del plan concebido. Es aquí donde los estudiantes aplican las operaciones pertinentes estipuladas en el plan y el docente es un guía que está pendiente y direcciona el trabajo con interrogantes como: ¿puede ver claramente que el paso realizado es correcto?,

¿Acompañó cada operación matemática de una explicación contando lo que hizo y para qué lo hizo?, ¿Ante alguna dificultad volvió al principio, reordenó ideas y probó de nuevo? Se aconseja que se continúe trabajando con los problemas, con los que iniciaron este proceso.

Una vez, resueltos los problemas propuestos, se les hace énfasis a los estudiantes, de que el problema no se termina cuando se llega a una respuesta; es aquí donde se trabaja la cuarta y última etapa de la metodología “visión retrospectiva”. Los estudiantes realizan un análisis y reflexión de todo el proceso resolutivo, y para ello, el docente guía esta etapa formulando preguntas como: ¿los resultados están acorde con lo que se pedía?, ¿la solución es lógicamente posible?, ¿se puede comprobar la solución?, ¿hay algún otro modo de resolver el problema? Se debe escuchar los argumentos que los estudiantes realizan en esta etapa, para verificar el modo de proceder de los mismos en el proceso de resolución de problemas aplicando esta metodología basada en el método heurístico de Pólya.

Se realizaron las actividades en doce sesiones. Se finalizó la última sesión con una puesta en común de los procedimientos y las respuestas dadas por los estudiantes en cada uno de los problemas resueltos. Se logró en las dos últimas sesiones (un decima y doceava) que los estudiantes analizaran y compararan todo el procedimiento desarrollado por ellos y se pudieran dar cuenta de los errores que cometieron en algún paso o en la realización de una operación.

Evaluación de la metodología implementada

Después de haber trabajado durante 12 sesiones con talleres didácticos (Ver anexo) aplicando a la resolución de problemas la metodología de Pólya con los estudiantes del grupo experimental, se aplicó una encuesta sencilla a los estudiantes en la sección trece, para conocer su opinión sobre el proceso realizado en todas las secciones a través de una encuesta encaminada a conocer cuál o cuáles de los pasos propuestos por Pólya ponían en práctica al enfrentarse a la resolución de problemas. Se presentan a continuación, en primer lugar, los resultados de la encuesta (Ver tabla 5).

Tabla 5.

Comparativo (grupo A control y el grupo B experimental)

Categoría de análisis	Sub categoría	Indicadores	Grupo control		Grupo Experimental	
			SI	NO	SI	NO
	Interpretación del texto problema.	¿Leyó cada problema varias veces?	62,86	37,14	91,43	8, 57
Comprensión del problema	Identifica los datos que ofrece el problema	¿Comprendió el enunciado de cada problema?	31,43	68,57	77,14	22,86
	Relaciona las partes del problema con la incógnita para solucionarlo.	¿Identificó la incógnita en el enunciado de cada Problema?	31,43	68,57	71,43	28,57
	Parafrasea el texto polémico	¿Puede replantear cada problema en sus propias palabras?	22,86	77,14	77,14	22,86
Plan de solución	Describe por escrito paso a paso el plan estratégico de la solución.	¿Identifico en cada problema las operaciones o procedimiento que debía realizar para obtener la respuesta?	17,14	82,86	68,57	31,43
		¿Descompuso cada problema en problemas más pequeño?	25,71	74,29	60,00	40,00
		¿Recuerda, y puede relatar lo primero que hizo para resolver cada problema y lo que hizo después?	31,43	68,57	62,86	37,14

Ejecutar el plan	Ejecuta los pasos ordenados descritos en el plan de solución	¿Verificó cada paso que realizó en cada uno de los problemas?	28,57	71,43	71,43	28,57
	Opera los algoritmos requeridos	¿Buscó varias alternativas para resolver cada problema?	17,14	82,86	62,86	37,14
Visión retrospectiva	La respuesta obtenida responde a la incógnita inicial	¿Revisó en cada problema si los resultados eran acordes con lo que se pedía?	25,71	74,29	80,00	20.00
	Evalúa la estrategia y plantea otras alternativas de resolución	¿Buscó nuevas formas de hallar el resultado del problema?	34,29	65,71	57,14	42,86
	Revisa los procesos realizados	¿se preguntó si el procedimiento empleado en cada problema sirve para resolver similares	25,71	74,29	74,29	25,71

Fuente: Elaboración propia de autores (2017)

Valorar la comprensión del problema implicó explorar si los alumnos programos en entender -ver claramente- lo que el problema planteaba, ya que si un alumno no lograba entender, no podría resolverlo y si lo hizo, sería por casualidad (Polya, 1965). La comprensión supone entender la pregunta, discriminar los datos y las relaciones entre éstos y entender las condiciones en las que se presentan

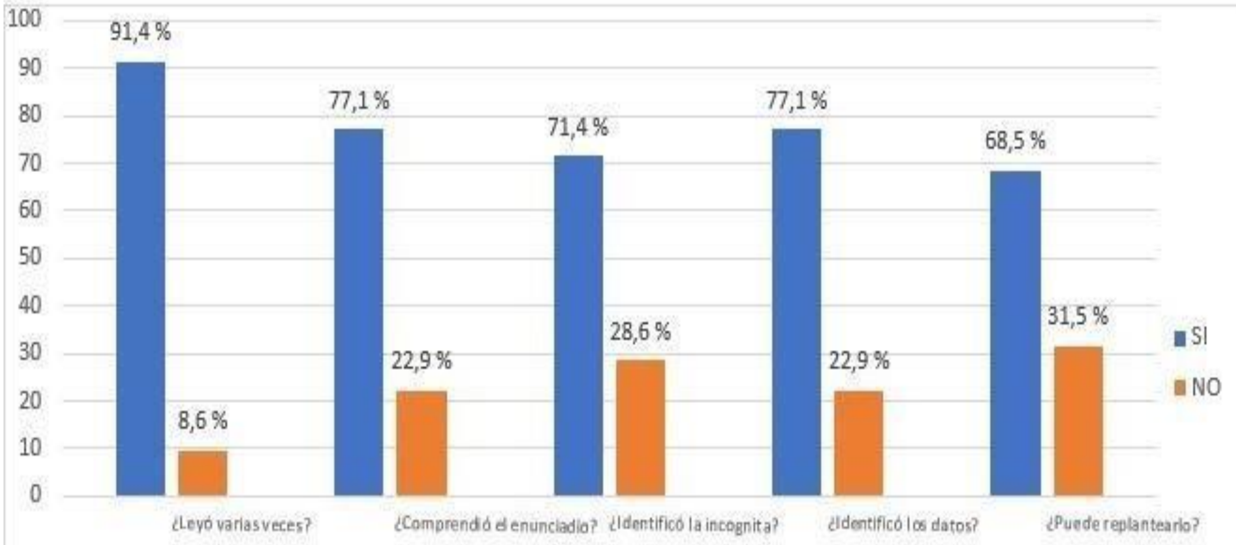


Figura 7. Comprensión del problema

Fuente: Elaboración propia de autores (2017)

Los resultados revelados en la Figura 7 evidencian que este paso es de mucha mportancia, en la medida que permite al estudiante trabajar de manera ordenada y reflexiva para lograr un objetivo definido. Se observó en el grupo control que, ante la ausencia de un plan, los estudiantes se limitaban a escoger una opción de respuesta sin realizar un análisis de los procedimientos u operaciones que debían realizar para obtener la misma, o sumando los valores numéricos que encontraban en los enunciados de los problemas. Esto confirma los hallazgos de autores que observan, "una tendencia ejecutora, entre los niños y la creencia de que un problema siempre debe conducir a resolver operaciones". (Rizo y Campistrous 1999, p. 39).

En cuanto a la ejecución del plan, aunque hubo un aumento de 45,72% en el número de estudiantes que buscó varias alternativas para resolver cada problema, se observó que la estrategia predilecta entre los estudiantes es la de seleccionar la operación pertinente según la incógnita. Ello podría ser el reflejo de la creencia de los alumnos de que existe una única manera correcta de resolver los problemas y, según lo señalado por choenfeld (citado en Barrantes, 2006), usualmente es la regla que el profesor da en la clase.

La última de las categorías de análisis planteadas en este estudio fue la relativa a la visión retrospectiva. Las tres últimas preguntas de la encuesta, en especial la pregunta ¿Revisó si los resultados eran acordes con lo que se pedía?, aspecto en el cual el número de estudiantes que realizó dicho procedimiento aumentó en un 54,29%, estaban enfocadas a obtener información al respecto. Se considera que este aumento en el porcentaje de estudiantes que revisó sus respuestas y procedimientos también influyó positivamente en los resultados de la prueba.

Concebir un plan de solución

El segundo paso es la concepción de un plan y es preciso que los estudiantes perciban las relaciones existentes entre los diferentes elementos con el fin de derivar acciones que conduzcan al resultado correcto (Pólya, 1965, p. 28). Se trata de ver lo que liga a los datos a fin de encontrar la idea de la solución y poder trazar un plan para alcanzarla. En fin, como cualquier plan, supone el establecimiento de pasos o tareas para llegar a un objetivo, que es la solución correcta (Figura 8).

Se exploró su capacidad para establecer un diseño de resolución, cuando se les preguntó si habían identificado las operaciones o procedimientos que debían realizar para obtener la respuesta, si habían descompuesto cada problema en problemas más pequeños cuando era posible y si recordaban expresando lo que habían hecho para resolver cada problema, es decir, si podían describir o recrear el procedimiento utilizado, así como los pasos seguidos para resolver el problema.

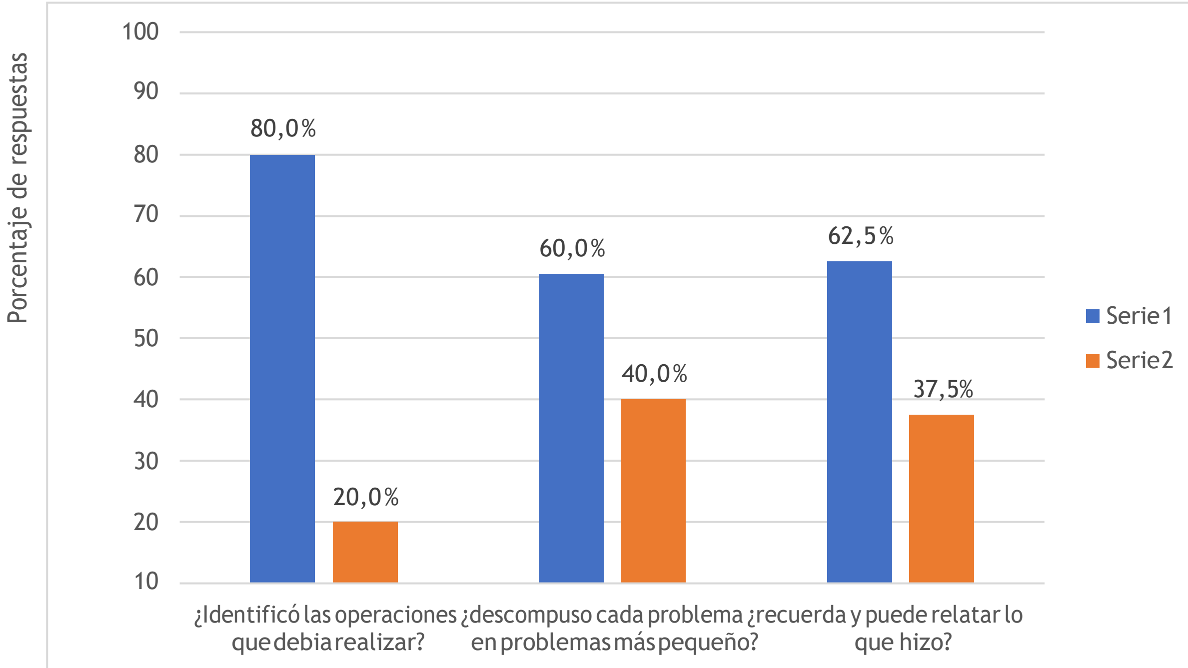


Figura 8. Concebir un plan de solución (mediciones finales, grupo experimental)
Fuente: Elaboración propia de autores (2017)

Además, se encontró que el 80,0 % de los estudiantes identificaron las operaciones o procedimientos que debían realizar para obtener la respuesta, se observó que, en la mayoría de los casos, las operaciones elegidas eran las indicadas para resolver el problema. En cuanto a descomponer los problemas en otros más pequeños el 60,0 % realizó este procedimiento y el 62,5 % manifestó poder recordar y relatar lo que habían realizado.

Ejecutar el plan.

Al ejecutar el plan se comprueba cada uno de los pasos seguidos (Pólya, 1965, p. 33). Si el plan está bien concebido, su realización es factible, y si además se poseen los conocimientos y el entrenamiento necesario, debería ser posible llevarlo a cabo sin contratiempos. Si aparecen dificultades, se tendrá que regresar a la etapa anterior para realizar ajustes al plan o incluso para modificarlo por completo. En el pos-test se encontró que el 71,4 % de los estudiantes verificó los pasos realizados y el 62,8% buscó varias alternativas de solución.

Visión retrospectiva.

De acuerdo con las respuestas de los estudiantes, en este último paso del proceso resolutivo, en el pos-test se encontró que el 80,00% de los estudiantes revisó si los resultados obtenidos eran acordes con lo que se pedía, el 57,14% buscó nuevas formas de hallar el resultado y el 74,29% se preguntó si el procedimiento empleado sirve para resolver problemas similares

Fase tres: Análisis de resultados de la prueba tipo Prueba Saber (medición final)

Se presentan a continuación los resultados de la prueba tipo Prueba Saber que se aplicó para analizar el estado de los estudiantes en cuanto a sus resultados frente a la resolución de problemas matemáticos, después de la fase de intervención (Ver figura 9).

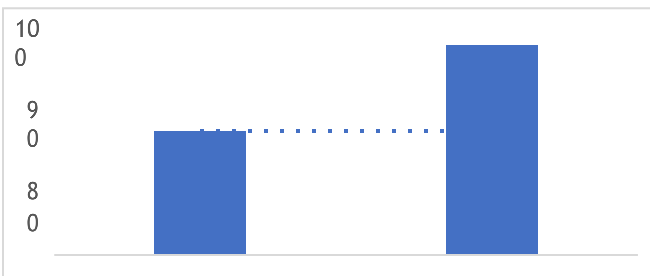


Figura 9. Resultados Pos Test

Fuente: Elaboración propia de autores (2017)

En resultados para el pos test se tiene que los promedios de los porcentajes de logro en la prueba de resolución de problemas matemáticos de tipo aditivo multiplicativo para el grupo control y experimental son 58,18% y 91,38% con una desviación estándar de 11,58% y 17,16% respectivamente; bajo estos elementos, se evidencia un resultado por encima del mínimo aprobatorio en ambos grupos, en donde el porcentaje de crecimiento del grupo experimental en comparación al grupo control es de 4,85%.

El intervalo de confianza con una significancia del 5% para la media en el grupo control y experimental es 54,57 – 61,79 y 89,92 – 92,84 respectivamente, este último resultado apoya lo evidenciado en la media del conjunto de datos del grupo experimental, la cual supera ampliamente al mínimo aprobatorio. Además de este resultado se tiene también que el conjunto de datos del grupo experimental no posee una alta variabilidad teniendo en cuenta que su desviación estándar es de 4,85 y el coeficiente de variación de Pearson de 5,3% el cual sustenta lo comentado.

También se puede identificar en el conjunto de datos, que se tiene al menos un estudiante con un puntaje máximo en la prueba para el grupo control y experimental de 87,5 y 100; y un puntaje mínimo de 37% y 81,25% para los mismos grupos respectivamente. Se observó adicionalmente que en el pos-test un significativo aumento en el número de estudiantes que tuvieron en cuenta la serie de pasos y preguntas propuestas por Pólya cuando se enfrentaron a la solución de los problemas, lo cual influyó positivamente en los resultados de la prueba pos-test definitiva tipo Prueba Saber.

Los problemas, en el pos-test, leyeron más atentamente, lo cual condujo a que lograran comprender y resolver con éxito los problemas (Ver figura 10).

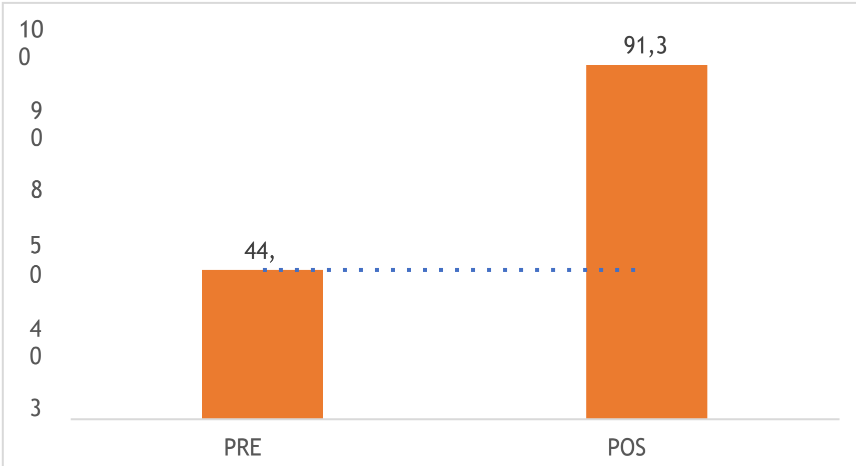


Figura 10. Resultados Pre-Test vs Pos-Test

Fuente: Elaboración propia de autores (2017)

En estos resultados se identifica que los promedios de los porcentajes de logro al comparar el pre test con el pos test en la prueba de Resolución de problemas matemáticos de tipo aditivo multiplicativo para el grupo experimental son de 44,3% y 91,38% con una desviación estándar de 21,47% y 4,85%; bajo estos elementos, dicho grupo evidencia un buen rendimiento en el pos test en donde se identifica que el crecimiento que han tenido los estudiantes que recibieron la intervención en la prueba final en relación a los componentes evaluados fue de 106,28%, lo cual es un indicativo fabuloso sobre el trabajo realizado en los estudiantes del grado cuarto de la Institución Educativa Departamental "Arcesio Cáliz Amador", sede principal (Ver Tabla 6).

Tabla 6.

Resultados de Pruebas paramétricas grupo Control

Tipo de Prueba	Variable	Resultado p - valor	Conclusión
Normalidad	Competencias generales	0,113	No se rechaza Ho

Fuente: Elaboración propia de autores (2017)

De acuerdo a los resultados de la prueba Shapiro – Wilk para comprobar normalidad, se obtiene con un nivel de significancia del 5% que los resultados generales para el post test en el grupo control tienen una distribución normal, teniendo en cuenta que el p – valor es mayor al 5%, con lo cual no se rechaza la hipótesis nula (Ver Tabla 7).

Tabla 7.

Resultados de Pruebas paramétricas grupo Experimental

Tipo de Prueba	Variable	Resultado p - valor	Conclusion
Normalidad	Competencias generales	0,000	Se rechaza Ho

Fuente: Elaboración propia de autores (2017)

Así mismo los resultados de la prueba de Shapiro – Wilk para comprobar normalidad, se obtiene con un nivel de significancia del 5% que los componentes evaluados en la prueba del pos-test para el grupo experimental no tiene una distribución normal, teniendo en cuenta que el respectivo p – valor es menor al 5%, con lo cual se rechaza la hipótesis nula (Ver tabla 8).

Tabla 8.

Resultados prueba de diferencia de medianas muestras independientes

Tipo de Prueba	Variable	Resultado p - valor	Conclusión
Diferencia de mediana – U de Mann - Whitney	Competencias generales	0,000	Se rechaza Ho

Fuente: Elaboración propia de autores (2017)

De acuerdo a los resultados de la prueba no paramétricas *U de Mann - Whitney* mostrada en la tabla 3 se rechaza la hipótesis nula con un nivel de significancia del 5% llegando a la conclusión de que existen diferencias estadísticamente significativas entre la media del grupo experimental y la del grupo control.

El anterior análisis se realizó con los paquetes estadísticos del software SPSS, versión XX y R se recurrió a la prueba no paramétrica de *U de Mann – Whitney y otros*, aplicándola a todas las tablas, indicando que hubo una diferencia significativa entre el antes (pre test) y el después de la intervención (pos test)

5. Discusión

En esta parte del estudio titulado: Efecto de la Metodología de Pólya en La Resolución de Problemas Matemáticos en los estudiantes de Grado Cuarto se muestra los principales hallazgos resultantes del estudio estadísticos obtenidos en cada una de las fases de recopilación de datos, atendiendo a lo explicado en la metodología de la investigación del capítulo anterior, por medio del uso de tablas y gráficas estadísticas, que permitieron realizar los cálculos para posteriormente ser analizados de acuerdo a la información abstraída de los instrumentos utilizados en la prueba piloto inicial, el pre test definitivo, la fase de intervención pedagógica con los talleres, la encuesta de opinión del estudiantado y el pos test en los dos grupos del cuarto grado de primaria, de manera cuantitativa con el objetivo de aceptar o rechazar la hipótesis de investigación, la cual afirmaba:

"Si se aplica el método Pólya en la resolución de problemas aditivos multiplicativo se puede mejorar la competencia en resolución de problemas en los estudiantes del grado cuarto de la Institución Educativa "Arcesio Cáliz Amador" de El Banco Magdalena". La cual quedó demostrada con los resultados global obtenidos.

El estudio permitió concluir que la mayoría de los estudiantes de grado cuarto de la Institución Educativa "Arcesio Cáliz Amador" de El Banco Magdalena"; demostraron progreso en la resolución de problemas en el curso de Matemática, con tendencias a seguir mejorando en las siguientes clases después de la aplicación del método Pólya, se comprueba la efectividad del método Pólya en la resolución de problemas matemáticos. Seguidamente se hace la descripción del debate y discusión de este resultado.

Los instrumentos se aplicaron con la siguiente planeación:

Tabla No. 9

Plan de experimento y hallazgos de los resultados

Instrumentos / Grupos	Prueba piloto inicial prueba saber con problemas matemáticos	Pre test definitivo: prueba saber modificada con problemas matemáticos	Fase 2: taller con distintos problemas matemáticos	Encuesta de opinión	Pos test prueba saber modificada con los mismos problemas matemáticos
Grupo cuarto A	Tradicional	Tradicional	Tradición nal-refuerzos	Pasos del Método tradicional en cada problema	Tradicional: datos, operación y resultado
Grupo cuarto B	Tradicional	tradicional	Método Pólya	Pasos del Método de Pólya en cada problema	Pasos del Método de Pólya en cada problema
Hallazgos					

El primer hallazgo en los resultados estadísticos del presente trabajo que quedó demostrado en la prueba piloto que no por ser una prueba objetiva TIPO SABER garantizan que todas las preguntas o problemas planteadas en la misma sean idóneas, pertinentes y adecuadas para el nivel cognitivo del grupo de estudiantes a quien se le aplica la prueba. Esto por la creencia entre los docentes de que son pruebas diseñadas estructuradas por técnicos del MEN. Supuestamente están bien formuladas, como lo verifica lo siguiente: La pregunta número uno de acuerdo al cálculo realizado de Alfa de Crombach presentó un índice de dificultad y discriminación de 4, 4163 y 0,1612 respectivamente. Lo cual implica que este reactivo estuvo clasificado con alta dificultad y poca discriminación. Así mismo dicha prueba estadística sugirió revisar todo el instrumento.

Este hallazgo en el presente estudio sugiere para futuras investigaciones no confiarse de las preguntas y reactivos de las pruebas tipo SABER debido a su poca validez interna y confiabilidad. Y sobre todo la poca correlación entre pregunta y pregunta ya que hubo que modificar de los diecisiete ítems inicial dos preguntas. Se confirma el hallazgo anterior con lo afirmado por Ortiz Rodríguez (2001) pág. 56. “La elaboración de pruebas, test y otros procedimientos de medición válido y confiables, incluye por lo tanto la elaboración y aplicación de procedimientos estadísticos que permitan determinar si una prueba (test) es válida o no para la medición de una variable o conducta psicológica previamente difundida”.

Un segundo hallazgo en los resultados estadístico lo presenta el estudiantado en su capacidad de resolución de problemas matemáticos de tipo aditivo multiplicativo pues la medición de la competencia en la resolución de problemas de este tipo quedó viciada al no tener destreza, ni experiencia esta población escolar para enfrentar la prueba en el pre test definitivo, es que la aplicación de este tipo de pruebas se presentó sin ningún entrenamiento previo a los estudiantes sobre la forma de diligenciamiento de las respuestas a las preguntas. Adulterando la medición objetiva de la capacidad de los estudiantes para resolver problemas. Esto justifica en los resultados los intervalos de confianza obtenidos con una significancia del 5% para la media en el grupo control y experimental.

Además, la prueba de resolución de problemas matemáticos de tipo aditivo y multiplicativo para el grupo control y experimental fue de 47,76% y 44,3% con una desviación estándar de 18,19% y 21,47%; bajo estos elementos, los dos grupos evidencian un bajo comportamiento en el porcentaje de logro y alta variabilidad en relación a la media de la prueba aplicada; adicional a este comportamiento se observa que no logran, un resultado medio por grupo, igual al mínimo aprobatoria para dicha aplicación, el cual es del 60%.

Este hallazgo sugiere que para futuras investigaciones no se cometan los errores en la aplicación de pruebas sean esta pre test o pos test sin el debido entrenamiento a los estudiantes sobre la forma correcta del diligenciamiento de los reactivos de la prueba sobre todo para la población escolar de primaria, que tiene poca experiencia escolar, además sensibilizar previamente al estudiantado con altas expectativas sobre la responsabilidad de responder no al azar para evitar sesgos en los resultados y tenga más confiabilidad y validez la medición de la competencia para resolver Problemas con los resultados que se obtengan.

Un tercer hallazgo en los resultados del presente estudio se evidenció en la capacidad de hacer preguntas pertinentes y respuestas adecuadas por el estudiantado durante el desarrollo de los talleres para resolver los problemas con la metodología de los cuatro pasos, esto se constituyó durante el proceso de la fase 2 de los talleres de intervención con la metodología de G. Pólya pues emergieron dos formas de intervención una primera de tipo oral e interactiva entre docente y alumnos. En el programa de talleres de intervención, que tuvo una duración de dos meses, se establecieron las estrategias cognitivas que se utilizaron para resolver problemas, que según el modelo de Pifarré (1998) son: leer el problema, planificar una estrategia para resolver el problema, organizar datos, resolver el problema y evaluar el resultado del problema. Luego se realizan cuatro fases de intervención; la primera fase denominada de Instrucción directa (Pozo, Monereo y Castelló;2001).

La prueba de papel y lápiz (los talleres planificados) diligenciados por el estudiantado. En la forma de intervención oral nominado como transfer didáctico, de la metodología tradicional a la metodología de cuatro pasos de G. Pólya donde la explicación magistral en la resolución de problemas matemáticos paso a paso se asumió como desafíos posibles de resolver en forma interactivas en un diálogo abierto con el estudiantado, en donde el estudiantado se convirtió en un constructor de sus propias soluciones de los problemas que se intervinieron en el aula. Esto coincide con los enfoques constructivistas de la enseñanza de las matemáticas (Bermejo, Lago y Rodríguez,2000).

El anterior hallazgo plantea un nuevo desafío a la investigación en la didáctica de la comunicación matemáticas en el aula y a los docentes en el entrenamiento de habilidades requerida para abordar la metodología de G. Pólya en el aula de clase con sus estudiantes, pues en este hallazgo se evidenció habilidades poco utilizadas en las aulas de matemáticas(resolver problema matemáticos argumentados con razonamientos lógicos por el estudiantado), tales como: habilidades para hacer preguntas y responder con pertinencia, contextualizadas y abiertas a la situación matemática abordada (pedagogía dialogante) hasta encontrar el estudiantado por sus propios argumentos la resolución al problema planteado y guiado por la batería de preguntas apropiadas por el docente.

Otro hallazgo en la fase de intervención de talleres de papel y lápiz con problemas a resolver por los estudiantes es la limitación que se le presenta a estos, sobre las dificultades de comprensión lectora delos textos problema, así mismo en el plan de solución, en su ejecución y en la revisión de los procesos en la solución de los problemas el grupo experimental mostró notable mejoría con relación al grupo control como pudo evidenciarse en los resultados estadístico de cada uno de los indicadores en la encuesta de opinión sobre la metodología de cuatro pasos de G. Pólya.

Lo anterior nos sugiere que la limitación en comprensión lectora se podría mejorar con un conjunto de estrategias de lectura comprensiva de textos problémicos integradas a la resolución de problemas matemáticos con el método Pólya, pues la comprensión del problema es determinante en su solución. Así mismo puede contribuir un programa de intervención con estrategias heurística que amplíen las habilidades de los estudiantes en la ejecución del plan de solución y que no se alcanzaron a desarrollar en los talleres de intervención en el presente estudio, por razones de tiempo. Esta es una de las limitaciones del estudio.

Recordando la pregunta de investigación, este estudio determinó ¿Cuál es el efecto de la Metodología de Pólya en el proceso de resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de grado cuarto de la Institución Educativa Técnica Departamental Arcesio Cáliz Amador en la solución de problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.

El anterior hallazgo es lo que más ha ayudado a conseguir el objetivo de la investigación y responder la pregunta principal formulada en la investigación sobre el efecto de la metodología de Polya en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes pues hubo la posibilidad de comparar la opinión de los dos grupos. Dentro del estudio cuantitativo en la encuesta, permitió un análisis comparativo para el método de Polya, comparado con el método inductivo y refuerzo del grupo control con el que trabajo la solución de problemas matemáticos.

La consecución del objetivo de la investigación logrado y descrito en el párrafo anterior lo confirman los resultados estadísticos obtenidos en el pos test dándole un nivel de precisión al efecto alcanzado por la metodología de Polya en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del grupo experimental como se evidencia en el siguiente aparte.

En los resultados para el pos test se tiene que los promedios de los porcentajes de logro en la prueba de resolución de problemas matemáticos de tipo aditivo multiplicativo para el grupo control y experimental son 58,18% y 91,38% con una desviación estándar de 11,58% y 17,16% respectivamente; bajo estos elementos, se evidencia un resultado por encima del mínimo aprobatorio en ambos grupos, en donde el porcentaje de crecimiento del grupo experimental en comparación al grupo control es de 4,85%.

Estos resultados son reveladores pues, aunque no hubo un crecimiento en la homogeneidad de las respuestas obtenidas en los dos grupos, como lo indica la desviación estándar, el grupo experimental muestra un crecimiento mínimo con respecto al grupo control en un 4,85%. Más no así en la diferencia del porcentaje del desempeño del grupo experimental en la capacidad de mejora en la resolución de problema de los estudiantes que pasa de 58,18% y 91,38% grupo control y grupo experimental respectivamente.

Otro hallazgo lo presentan el análisis comparativo del pre test con el pos test en donde queda confirmado que el efecto de la metodología de cuatro pasos de G. Polya mostró sus bondades en favor del grupo experimental que desarrollaba esta metodología incrementando en los estudiantes de este grupo la capacidad para resolver problema como lo muestra el siguiente informe estadístico.

En estos resultados se identificó que los promedios de los porcentajes de logro al comparar el pre test con el pos test en la prueba de Resolución de problemas matemáticos de tipo aditivo multiplicativo para el grupo experimental son de 44,3% y 91,38% con una desviación estándar de 21,47% y 4,85%; bajo estos elementos, dicho grupo evidencia un buen rendimiento en el pos test en donde se identifica que el crecimiento que han tenido los estudiantes que recibieron la intervención en la prueba final en relación a los componentes evaluados fue de 106,28%, lo cual es un indicativo fabuloso sobre el trabajo realizado en los estudiantes del grado cuarto de la Institución Educativa Departamental “Arcesio.

Así mismo la prueba paramétrica inferencial del pos test Shapiro – Wilk para comprobar normalidad en la distribución comparada de las muestras entre el grupo control y experimental de la variable general muestra que la hipótesis nula con un (p- 0,113) es mayor al 5%, muestra que no rechaza la hipótesis nula de la investigación. Lo que si sucede con el grupo experimental cuyos resultados con la misma prueba es del (p – 0,000) es menor al 5%, con lo cual se rechaza la hipótesis nula.

De acuerdo a los resultados de la prueba no paramétricas U de Mann - Whitney resultantes en la mediana tomada en muestras independiente se rechaza la hipótesis nula con un nivel de significancia del 5% llegando a la conclusión de que existen diferencias estadísticamente significativas entre la media del grupo experimental y la del grupo control.

Lo anterior demuestra una vez más que quedó invalidada la hipótesis nula del mismo estudio. La cual afirmaba: “Si se aplica el método Pólya en la resolución de problemas aditivos multiplicativo no necesariamente se puede mejorar la competencia en resolución de problemas en los estudiantes del grado cuarto de la Institución Educativa “Arcesio Cáliz Amador” de El Banco Magdalena.

6. Conclusiones

Teniendo en cuenta el desarrollo epistemológico del presente estudio se reconoce que los problemas matemáticos son considerados como problemas cuando inicialmente no está claro el modo de llegar desde una situación inicial a la meta; esta falta de claridad es la que diferencia la capacidad de resolver problemas de otras actividades educativas relacionadas con las matemáticas.

- Entre los principios que se puede aplicar para resolver dichos problemas se tienen:

- Todo problema matemático represente una dificultad intelectual para el niño resolutor y no sólo operacional o algorítmica, que signifique un real desafío para los estudiantes y asumido por este con la actitud de disponibilidad del ser capaz de resolver dicho desafío a satisfacción
- Todo problema debe ser en sí mismo, un objeto de interés por resolverlo. Por tanto, debe ser motivante y contextual. Por tanto, el problema y su resolución deben estar unido a las necesidades e intereses del resolutor en su contexto. Principio de resolución con implicación emocional.
- Debe tener múltiples formas de solución, es decir, puede estar sujeto a conocimientos previos, experiencias o se pueden resolver mediante el apoyo con la utilización de textos o personas capacitadas.

Presupone que el desafío de su resolución implica una búsqueda de información en la experiencia del mismo resolutor, en otros agentes y/o en multivariadas fuentes de información relacionadas.

- Los problemas matemáticos pueden ser sencillos o complejos. Ello implica cadena de razonamientos encadenados, simples, secuenciales, variados y/o complejos en la capacidad de interpretarlos

- Debe establecerse en la idea de posibles soluciones mediante diferentes métodos, en especial el (MP) con exigencias e interrogantes relacionados.

- El método Pòlya es considerados unos de los principios para facilitar el aprendizaje en la resolución de problemas matemáticos porque es un proceso metódico y procedimental en el que el alumno utiliza su razonamiento guiado por preguntas en la búsqueda de una solución a una situación problémica, concibiendo un plan de acción para llegar al resultado correcto, es así que logra crear estrategias para describir cómo debería enseñarse y aprender la manera de resolver problemas y porque obliga a reflexionar sobre lo resuelto.
- De acuerdo a los resultados del pre- test se identificó que los promedios de los porcentajes de logro en el pre test en la prueba de resolución de problemas matemáticos de tipo aditivo y multiplicativo del grado cuarto: los dos grupos(A y B) control y experimental, evidenciaron un bajo comportamiento en el porcentaje de logro y de alta variabilidad a la media de la prueba aplicada, además no logran un resultado medio por grupo, igual al mínimo aprobatoria para dicha aplicación con un 60 %. Es decir un bajo rendimiento en la aplicación del pre- test.
- Además la variabilidad en el conjunto de datos, teniendo en cuenta que sus

  Respectivos coeficientes de variación de Pearson son 38,09% y 48,46% los cuales son evidencia de lo anterior mostrado. Se puede identificar en el conjunto de datos procesados que se tiene al menos un estudiante con un puntaje máximo en la prueba de 87,5% para el grupo control y el experimental. En contraste se tiene como puntaje mínimo 12,5% para el grupo control y 6,25% en el experimental.

- Además en estos resultados se identifica que los promedios de los porcentajes de logro al comparar el pre test con el pos test en la prueba de Resolución de problemas matemáticos de tipo aditivo multiplicativo para el grupo experimental son de 44,3% y 91,38% con una desviación estándar de 21,47% y 4,85%; bajo estos elementos, dicho grupo evidencia un buen rendimiento en el pos test en donde se identifica que el crecimiento que han tenido los estudiantes que recibieron la intervención en la prueba final en relación a los componentes evaluados fue de 106,28%, lo cual es un indicativo fabuloso sobre el trabajo realizado con los estudiantes con la metodología de resolución de problemas matemáticos.

- Un aspecto relevante de cara el mejoramiento de la competencia de resolución de problemas observado en el grupo experimental, es la coherencia que existe con las mallas de aprendizaje del MEN que conciben la resolución de problemas como un macro proceso.

7. Recomendaciones

- Incluir el método Pòlya en clase como una herramienta de apoyo para la solución de problemas matemáticos es involucrar a los estudiantes en mayores niveles de razonamiento para buscar la solución al problema planteado guiándolos didácticamente para elaborar inferencias a partir de preguntas pertinentes en cada paso.
- Abordar con mayor profundidad los conceptos y lineamientos pertinentes del método Pòlya. Es llevar a la aplicabilidad los pasos del método en variados tipos de problemas y en diversas oportunidades.
- Realizar el estudio del efecto de la metodología de Pòlya en el desarrollo de la resolución de problemas matemáticos con una muestra de estudiantes superior para lograr que el diagnostico se haga mucho más cercano a la realidad escolar del grupo.

- Propiciar la participación activa de los docentes en cuanto a la formación del método Pòlya como herramienta para la solución de problemas matemáticos El proceso sobre cómo enseñar el método Pólya para resolver problemas destaca la importancia en los entornos escolares de la instrucción directa desarrollada por el docente y observada por el estudiantado como guía y orientador del proceso, la instrucción guiada y el aprendizaje cooperativo entre iguales como instrumentos de apoyo gradual y sistemático para abrir un espacio en el consejo directivo para socializar el impacto positivo de la presente investigación y designar algún rubro que cubra proyectos especiales para que los docentes puedan continuar con las capacitaciones sobre el método Pòlya que permita garantizar la implementación del método en la institución en la sección primaria con un mínimo de recursos didácticos de apoyo.

8. Referencias

Achaerandio, L. (2010). *Iniciación a la práctica de la investigación*. Guatemala: Universidad Rafael Landivar. Recuperado de: http://www.academia.edu/13574235/iniciacion_a_la_practica_de_la_investigacion

Aguado, L. (2014). *Emoción, afecto y motivación*. Alianza Editorial. Recuperado de: https://www.alianzaeditorial.es/libro.php?id=791147&id_col=100508

Aguilar, B. (2016). Resolución de problemas matemáticos con el Método de Polya mediante el uso de Geogebra en primer grado de secundaria. Recuperado de: file:///C:/Users/JUAN%20DE%20LAS%20AGUAS/Downloads/Bellanith_Aguilar_ V%C3%A1squez_.pdf

Aguilar, M. (2014). La matemática nunca deja de ser un juego: investigaciones sobre los efectos del uso de juegos en la enseñanza de las matemáticas. *Educación matemática*, *26*(3), 109-133. Recuperado de: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262014000300109

Alsina, A. (2007). El aprendizaje realista: una contribución de la investigación en educación matemática a la formación del profesorado. *Aprendizaje Realista*. 2(12).120-132. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/1638/

Arcavi, A. & Friedlander, A. (2007). Curriculum developers and problem solving: the case of Israeli elementary school projects. *The International Journal on Mathematics Education*. 39 (5-6). 355-364. Recuperado de: https://link.springer.com/article/10.1007/s11858-007-0050-3

Azcue, M., Diez, L., Lucanera, V., & Scandroli, N. (2006). Resolución de un problema complejo, utilizando un elemento de naturaleza heurística. *Revista Iberoamericana de Educación de la OEI*. 37 (6). 25-36. Recuperado de:

https://rieoei.org/RIE/article/view/2684

Berenguer, I. (2003). Modelación Didáctica de la Representación y su formación en el Proceso de Resolución de Problemas. *Acta Latinoamérica de Matemática Educativa*. *16*. 530-536. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/8234/1/Alonso2003Modelacion.pdf

Blanco, T. (2015). Diseño formativo para desarrollar la competencia de análisis epistémico y cognitivo de profesores de matemáticas. *XIX Jornadas Nacionales de Educación Matemática*, 138-145. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/8859/1/Batanero2016Articulando.pdf

Blanco, L. & Calderón, M. (1994). *Los problemas de sumar y restar*. U. de Extremadura: Badajoz. Recuperado de: https://www.casadellibro.com/libro-los-problemas-de-sumar-y-restar/9788477231837/468723

Boscán, M. & Kleber, K. (2012) Metodología basada en el método heurístico de polya para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos. *Escenarios*. 10 (2). 7-19. Recuperado de: https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4496526

Bravo, J. (2017). Algo sobre resolución de problemas matemáticos en educación primaria. Recuperado de: https://es.scribd.com/doc/310814167/Tesis-Polya-y-la-resolucion-de- problemas-pdf

Bueno, D. (2012). Propuesta metodológica para mejorar la interpretación, análisis y solución de ejercicios y problemas matemáticos en los estudiantes de quinto grado de la

institución educativa Alejandro Vélez Barrientos. Tesis pregrado. Universidad Nacional de Colombia. Bogotá -Colombia. Recuperado de: http://www.bdigital.unal.edu.co/8326/1/25055064.2012.pdf

Caballero, A. (2013). Diseño, aplicación y evaluación de un programa de intervención en control emocional y resolución de problemas matemáticos para maestros en formación inicial. Tesis Doctoral. Universidad de Extremadura. España. Recuperado de: http://dehesa.unex.es/handle/10662/590

Cáceres, R., Quintero, D. & Cartaya, G. (2016). Matemáticas para la vida. Siguiendo el rastro de pisa en primaria. *International Journal of Developmental and Educational Psychology. Revista INFAD de Psicología.*, *2*(1), 213-222. Recuperado de: http://infad.eu/RevistaINFAD/

Camejo, A. (2006). La Epistemología Constructivista en el contexto de la post - modernidad.

Recuperado de: http://webs.ucm.es/info/nomadas/14/ajcamejo.pdf

Carpenter, P., Hiebert, J., & Moser, J. (1983). The effect of instruction on children's solutions of addition and subtraction word problems. *Educational Studies in Mathematics*, *14*(1), 55-72. Recuperado de: https://link.springer.com/article/10.1007/BF00704702

Castro, E. (2001). *Didáctica de la Matemática en la Educación Primaria*. Madrid:

Síntesis. Recuperado de: https://www.casadellibro.com/libro-didactica-de-la-matematica-en-la-educacion-primaria/9788477389194/794702

Castro-Rodríguez, E., Piñeiro, J. & Martínez, E. (2016). Resultados PISA y resolución de problemas matemáticos en los currículos de Educación Primaria. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, *5*(2), 50-64. Recuperado de: https://www.researchgate.net/publication/309610379

Chamoso, J., & Cáceres, M. (2016). Diseño e implementación de una asignatura de formación de docentes reflexivos de matemáticas que considera los contenidos globalizados. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. 15 (1). 69-78. Recuperado de: https://www.researchgate.net/publication/309638329

Chamoso, J., Vicente, S., Manchado, E., & Múñez, D. (2013). Los problemas de matemáticas escolares de primaria, ¿son solo problemas para el aula? Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/3744/1/ChamosoLosproblemasCemacyc2013.pdf

Cockcroft, R. (1982). Mathematics counts; London Her Majesty's Stationery Office. Recuperado de: http://www.educationengland.org.uk/documents/cockcroft/

Craveri, A. & Anido, M. (2014). El aprendizaje de matemática con herramienta computacional en el marco de la teoría de los estilos de aprendizaje. *Journal of Learning Styles*, *2*(3). 54-63. Recuperado de: http://learningstyles.uvu.edu/index.php/jls/article/viewFile/76/9

De Educación, L. (1994). Ley 115 de 1994. Constitución Política de Colombia.
Recuperado de: https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf

De Corte, E., Verschaffel, L., & De Win, L. (1985). Influence of rewording verbal problems on children's problem representations and solutions. *Journal of Educational Psychology*, *77*(4), 460.480. doi.org/10.1037/0022-0663.77.4.460

Díaz, G. (2016). Análisis de la Resolución de Problemas Aritméticos Elementales Verbales Aditivos de una etapa a través de los Registros de Representación Semiótica. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (47), 137-161. Recuperado de: http://asenmacformacion.com/ojs/index.php/union/article/view/113

Escalante, S. (2015). Método pólya en la resolución de problemas matemáticos. Tesis pregrado. Universidad Rafael Landívar. Guatemala. Recuperado de: http://recursosbiblio.url.edu.gt/tesisjcem/2015/05/86/Escalante-Silvia.pdf

Fernández, C., & Ivars, P. (2015). Evolución de los niveles de éxito en la resolución de problemas de estructura multiplicativa en educación primaria. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/8783/1/Fernandez2015Evolucion.pdf

Fuentes, Y., González, A., Graus, M. & Rodríguez, G. (2016). Alternativa didáctica para contribuir al perfeccionamiento de la planificación del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en la carrera Licenciatura en Educación Matemática-Física. *Boletín Redipe*, *5*(5), 147-164. Recuperado de: https://revista.redipe.org/index.php/1/article/download/69/67

García, A. (1994). Diseño de un curso de formación de formadores en educación a distancia.

Revista Iberoamericana de educación superior a distancia. II (1). 9-16.

Recuperado de: http://e-spacio.uned.es/fez/eserv/bibliuned:20207/diseno.pdf

Garcia, E. (2014). Resolución de problemas. Recuperado de: http://diposit.ub.edu/dspace/bitstream/2445/54764/1/Resoluci%C3%B3n%20problem%20as.pdf

García, T., Cueli, M., Rodríguez, C., Krawec, J., & González-Castro, P. (2015). Conocimiento y habilidades meta cognitivas en estudiantes con un enfoque profundo de aprendizaje. Evidencias en la resolución de problemas matemáticos. *Revista de Psicodidáctica, 20*(2). 58-93. DOI: 10.1387/RevPsicodidact.13060

Giacomone, B., Godino, J., Wilhelmi, M. & Blanco, T. (2016). Reconocimiento de prácticas, objetos y procesos en la resolución de tareas matemáticas: una competencia del profesor de matemáticas. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/8525/1/Giacomone-julio-2016-

Godino, J. (2014). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/5869/1/Godino2014Idoneidad.pdf

Gómez, R., Blanco, J., Cárdenas, J. & Guerrero, E. (2013). Desencadenantes del estrés y emociones en docentes de matemáticas de secundaria. Estudio realizado con una escala de elaboración propia. *Las emociones en la enseñanza y aprendizaje de las ciencias y las matemáticas (cap. 15).* Badajoz, España: Grupo DEPROFE. Recuperado de: http://www.redalyc.org/pdf/3498/349852173025.pdf

Guzman, M. (1991). Cátedra de resolución de problemas. Recuperado de: http://blogs.mat.ucm.es/catedramdeguzman/drupal/migueldeguzman/legado/educac io%20n/resoluci%C3%B3n

Heller, J, & Greeno, G. (1978). *Semantic processing of arimetic word problem solving*. Asociación Psicológica del Medio Oeste: Chicago. Recuperado de: https://www.denisecummins.com/uploads/1/1/8/2/11828927/cumiminscoginstr1991.pdf

ICFES (2016). Publicación de resultados Saber 3°, 5° y 9. Recuperado de: http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/

Iriarte, A. (201). Estrategias meta cognitivas en la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de 5° de básica primaria. *Comité Latinoamericano de Matemática Educativa*. 1(1). 161-178. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/4727/1/IrirarteEstrategiasALME2011.pdf

Ivars, P. & Fernández, C. (2016). Problemas de estructura multiplicativa: evolución de niveles de éxito y estrategias en estudiantes de 6 a 12 años. *Revista educación matemática*. 28 (1). 9-15. Recuperado de: http://www.redalyc.org/pdf/405/40545377002.pdf

Krulik, S., & Rudnick, J. (1989). *Problem Solving: A Handbook for Senior High School Teachers*. Allyn & Bacon/Logwood Division, 160 Gould Street, Needham Heights, MA 02194-2310. Recuperado de: https://eric.ed.gov/?id=ED301460

La Evaluación Nacional del Progreso Educacional (2014). Las evaluaciones principales de NAEP. Recuperado de: https://nces.ed.gov/pubsearch/pubsinfo.asp?pubid=2014487 recuperado de: https://nces.ed.gov/pubsearch/pubsinfo.asp?pubid=2014487

Marín. F., Niebles, M., Sarmiento, M., & Valvuena, S. (2017). Mediación de las tecnologías de la información en la comprensión lectora para la resolución de problemas aritméticos de enunciado verbal. *Revista Espacios* 38 (20), p.20. recuperado de: http://www.revistaespacios.com/a17v38n20/a17v38n20p20.pdf

Martinez, N., & Alonso, I. (2009). La Resolución de Problemas Matemáticos. Una caracterización histórica de su aplicación como vía eficaz para enseñanza de la matemática. *Revista Pedagogía Universitaria.* 8 (3). *Colección Digital Eudoxus*. 31- 45. Recuperado de: http://cvi.mes.edu.cu/peduniv/index.php/peduniv/article/viewFile/255/246

Mayer, R. (2002). Multimedia learning. *Psychology of learning and motivation*. 41. 85-139.

doi.org/10.1016/S0079-7421(02)80005-6

Maza, C. (1991). *Enseñanza de la suma y de la resta.* Madrid: Síntesis recuperado de: https://dialnet.unirioja.es/servlet/libro?codigo=593425

Meoli, J., Martínez, D. & Concari, S. (2014). Intervenciones transversales basadas en situaciones problemas. *Lat. Am. J. Phys. Educ*. *8*(3), 469-479. Recuperado de: https://www.researchgate.net/publication/271847790_Intervenciones_transversales_basadas_en_situaciones_problemas

Mora, L., & Guacaneme, E. (2014). La Historia de las Matemáticas como organizador curricular a favor del Conocimiento Didáctico del Contenido. Recuperado de: http://sired.udenar.edu.co/18/

Moreno, M., Rubí, G., & Pou, S. (2015). Panorama Y Actualidad De La Enseñanza

Basada En La Resolución De Problemas En Matemáticas. *Artículo en la Revista Quaderns Digitals*, (63). 45-63. Recuperado de: https://www.researchgate.net/profile/Sergio_Pou-Alberu/publication/210360797

Nieto, B., Zurita, M. & Pesquero, C. (2015). La resolución de problemas de suma y resta en ciclo inicial de egb dos aspectos importantes para el análisis didáctico: resumen realidad y lenguaje. *Revista de educación*. *6*(1), 65-79. Recuperado de: https://mascvuex.unex.es/revistas/index.php/campoabierto/article/view/2222/1375

Perales, R. (2014). Diseño y validación de un instrumento de evaluación de la Competencia Matemática: rendimiento matemático de los alumnos más capaces. Doctoral dissertation. Universidad Nacional de Educación a Distancia. Colombia. Recuperado de: https://dialnet.unirioja.es/servlet/tesis?codigo=44742

Perez, M., Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (1989). *Pensar matemáticamente*. Editorial Labor. Recuperado de: https://books.google.com.co/books?isbn=8499803105

Pérez, O. (2006). ¿Cómo diseñar el sistema de evaluación del aprendizaje en la enseñanza de las matemáticas? *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa.* 9(2).267-297. Recuperado de: http://www.scielo.org.mx/scielo.

Pérez, Y., & Ramírez, R. (2011). Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Fundamentos teóricos y metodológicos. *Revista de investigación*, *35*(73). 25-62. fileDialnetEstrategiasDeEnsenanzaDeLaResolucionDeProblemasMat

Piaget J. (1964). *Logic and Psychology*. New york: Basic Book. Recuperado de: https://jean-piaget.wikispaces.com/Published+Works

Pifarré, M., & Sanuy, J. (2001). La enseñanza de estrategias de resolución de problemas matemáticos en la ESO: un ejemplo concreto. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, *19*(2), 297-308. Recuperado de: http://www.raco.cat/index.php/ensenanza/article/viewFile/21745/21579

Pino, L. (2013). *Evaluación de la faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático de futuros profesores de bachillerato sobre la derivada.* (Doctoral dissertation).
Universidad de Granada, España. Recuperado de: http://www.ugr.es/~jgodino/Tesis_doctorales/Luis_Pino_tesis.pdf

Pólya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas.* Trillas: México. Polya, G. (1982). *Como plantear y resolver problemas*. Editorial Trillas. Recuperado de: http://revistas.unam.mx/index.php/entreciencias/article/view/62103/54660

Polya, G. (1985). O ensino por meio de problemas. *Revista do professor de matemática*. 7 (1). 11-16. Recuperado de: http://ucbweb.castelobranco.br/webcaf/arquivos/13381/6450/TRProblemas_02.pdf

Pólya, G., & Szegö, G. (1945). Inequalities for the capacity of a condenser. *American Journal of Mathematics*. 67(1), 1-32. Recuperado de: https://www.jstor.org/stable/i340764

Puig, L. & Cerdán, F. (1988). *Problemas aritméticos*. Madrid: Síntesis recuperado de: https://scholar.google.com.co

Ramirez, X. (2017). Desarrollo de habilidades en la resolución de problemas matemáticos. Recuperado de: http://www.monografias.com/docs114

Reynaga, O. & Ruiz, I. (2014). Influencia de las aplicaciones de los métodos de Polya y Aprendizaje Basado en Problemas en el rendimiento matemático de los estudiantes del IEP Jean Piaget del distrito de Carabayllo. Recuperado de: http://repositorio.uigv.edu.pe/handle/20.500.11818/360

República de Colombia (1860). Decreto 1860. Recuperado de: https://www.mineducacion.gov.co/1759/1621/articles

Ruesga, P., & RodrÃguez, J. (2009). La resolución de problemas: una visión histórico-didáctica. *Colección Digital Eudoxus*, *1*(3). 12-23. Recuperado de: https://www.emis.de/journals/BAMV/conten/vol13/pruesga.pdf

Salinas, V., & Florencio, R. (2017). Método de resolución de problemas según George Polya para mejorar la capacidad de comprensión en la resolución de problemas. Tesis Pregrado. Universidad Nacional de la Santa. Peru. Recuperado de: http://recursosbiblio.url.edu.gt/tesisjcem/2015/05/86/Escalante-Silvia.pdf

Santos, L. (2007). La resolución de problemas matemáticos: avances y perspectivas en la construcción de una agenda de investigación y práctica. Recuperado de: https://www.uv.es/puigl/MSantosTSEIEM08.pdf

Santos, L. (2016). La resolución de Problemas Matemáticos y el uso coordinado de tecnologías digitales. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/9443/1/Resolucion2016Santos.pdf

Severino, A. (2017). *Metodologia do trabalho científico*. Colombia: Cortez editora.

Schoenfeld, A. (1992). *Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition,* *and sense-making in mathematics*. New York: MacMillan. Recuperado de: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/3480016

Schoenfeld, A. (1985). Beliefs and their influence on mathematical performance. *The Mathematics Teacher*, *82*(7), 502-505. Recuperado de: https://www.jstor.org/stable/27966379?seq=1#page_scan_tab_contents

Schwartz, J. (1996). Semantic Aspects of Quantity Massachusetts Institute of Technology. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/849/1/5comun.pdf

Sobrino, M. (2016). La resolución de problemas en tercero y cuarto curso de educación primaria según el Método Polya. Recuperado de: http://repositori.uji.es/xmlui/handle/10234/163377

Vadillo, M. (2013). *Liderazgo y motivación de equipos de trabajo*. Colombia: ESIC Editorial Recuperado de: http://www.observatorioagroboyaca.org/archivos/biblioteca/17-03-16Liderazgo%20y%20Motivacion%20equipos%20Ma.%20Teresa%20Palomo.pdf

Vilanova, S., Rocerau, M., Valdez, G., Oliver, M., Vecino, S., Medina, P., Astiz, M., Álvarez, E. (2001). La Educación Matemática El papel de la resolución de problemas

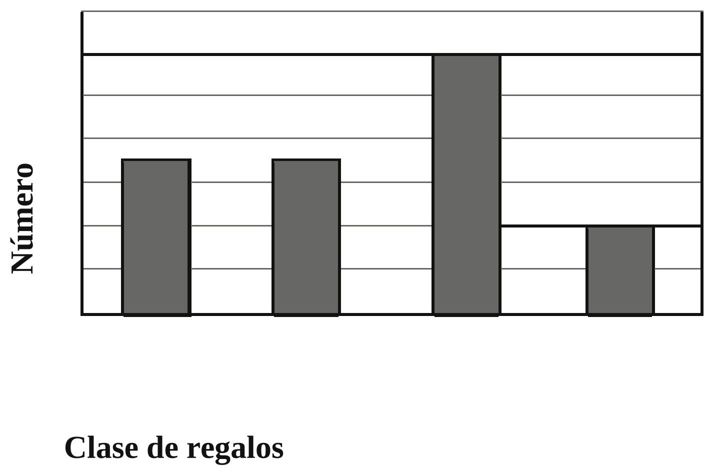
en el aprendizaje. Revista Iberoamericana de Educación. 4(1). 45-68. Recuperado de: https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/viewFile/6901/6587

Villalobos, X. (2008). Resolución de Problemas Matemáticos: Un Cambio Epistemológico con Resultados Metodológicos. *REICE. Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 36-58. Recuperado en 05 de octubre de 2017.

Recuperado de: http://www.redalyc.org/pdf/551/55160303.pdf

ANEXOS

Anexo 1. Prueba pos test proyecto de investigación



¿Cuántos regalos en total recibió Edison en su fiesta de cumpleaños?

A. 4

B. 12

C. 23

D. 30

2. En una cafetería se venden alimentos y bebidas. Este aviso muestra los precios de algunos productos.

Al comprar dos de los productos que aparecen en el aviso, Fabián pagó con un billete de $2.000 y le sobraron $100. ¿Qué productos compró?

A. Jugo y arepa.
B. Jugo y torta.
C. Gaseosa y arepa.
D. Gaseosa y torta.

3. Cinco hermanos que están decorando su casa para una fiesta compraron 2 docenas de globos para colocarlos en el techo y las paredes. Mario colocó 2 globos, Lucía 5, Francisco 1, Verónica 6 y Diana 4.

¿Cuántos globos faltan por colocar?

a. 2
b. 6
c. 20
d. 24

4. En un almacén de perfumes había 13 450 frascos al empezar el mes. Si se han vendido 2 832, ¡Cuántos quedan en el almacén?

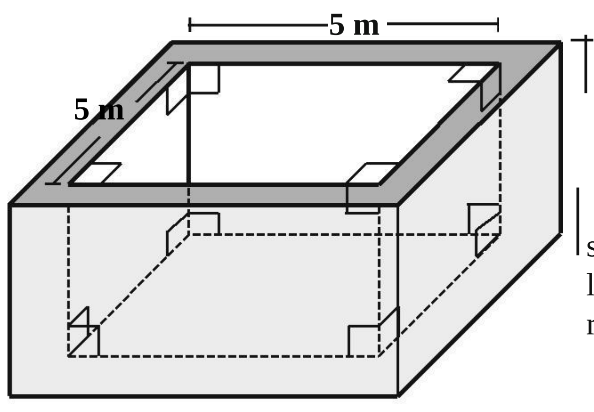
A. 10, 517
B. 11, 618
C. 10, 618
D. 9, 816

5. Para preparar una torta de chocolate, Ricardo y Felisa utilizaron, entre otros ingredientes, ocho huevos, dos cucharaditas de polvo de hornear y seis cucharadas de cocoa. Si quieren hacer una torta que alcance para el triple de las raciones, ¿Cuantos huevos necesitan?

A. 26
B. 42
C. 22
D. 24

6. Adela quiere saber cuánta agua cabe en una piscina que tiene la forma y las medidas indicadas en la figura.

Figura



Los ángulos señalados en la figura son rectos.

¿Cuál o cuáles de los siguientes procedimientos le sirve(n) a Adela para calcular cuánta agua, en m^3, cabe en la piscina?

l. 5 X 5 X 3
ll. 6 X 7 X 3
lll. 3 + 7 + 5 + 5 + 6

A. l solamente.
B. ll solamente.
C. l y lll solamente.
D. ll y lll solamente.

7. Adriana compró 15 huevos, cada uno de los cuales costó $200. ¿Cuánto pagó Adriana por los 15 huevos?

8. Los estudiantes de cuarto grado estudiaron la metamorfosis de la rana. En clase la profesora les explico que durante este proceso, la rana es un embrión por espacio de 7 días. Luego, dura 44 días siendo renacuajo. Finalmente, tarda 21 días en convertirse en una rana adulta.

Al terminar la explicación les pregunto: ¿cuántos días dura la metamorfosis de la rana?

A. 27
B. 72
C. 67
D. 74

9. La abuela de rosario tiene cuatro álbumes con fotografías de toda la familia. Cada álbum tiene 20 páginas y en cada página hay 8 fotografías.

¿Cuántas fotografías tiene en total?

A. 168
B. 156
C. 160
D. 28

—

10. A un evento deportivo asistieron niños y adultos. Por cada 7 niños había 2adultos. Si en total había 28 niños, ¿cuántos adultos asistieron?

A. 19
B. 9
C. 8
D. 7

11. La profesora trajo 12 cajas con 14 estuches de marcadores cada una para la clase de arte.

¿Cuántos estuches hay?

A. 170
B. 168
C. 180
D. 126

12. Juan quiere cambiar de carro. Para hacerlo solicito un crédito al banco. El asesor de servicios le informo que su préstamo había sido aprobado con un plazo de 75 meses, teniendo en cuenta que un año tiene 12 meses.

¿Cuántos años durará Juan pagando el crédito?

A. 6 años y 5 meses
B. 6 años y 8 meses
C. 3 años y 6 meses
D. 6 años y 3 meses

13. Tomas quiere comprar una maleta de $ 165 780. Si ya tiene ahorrados $ 93 601, ¿Cuánto dinero le falta para comprar la maleta?

A. 72,170
B. 72,179
C. 71,179
D. 73,189

14. El encargado de cuidar las focas en un zoológico tiene que repartir, en partes iguales, 45 peces entre cinco focas.
¿Cuántos peces le tiene que dar a cada una?

A. 9
B. 7
C. 4,5
D. 8

15. María lucia tiene dos docenas de flores para hacer tres ramos. Si en cada uno pondrá la misma cantidad de flores,
¿Cuántas flores pondrá en cada ramo?

A. 10
B. 12
C. 8

D. 15

16. Laura tiene ahorrados $ 600 000. Si quiere cambiarlos por billetes de $20 000, ¿Cuántos billetes obtiene?

A. 33
B. 35
C. 28
D. 30

Anexo 2. Prueba pos test proyecto de investigación

En el marco del convenio de cooperación nº 054, cuyo objetivo es "convenio especial de cooperación para la formación en ochenta (80) becas de maestría en educación para docentes y directivos docentes de instituciones educativas del departamento del magdalena para el fortalecimiento en sus capacidades de investigación en ciencia, tecnología e innovación, magdalena caribe"

Tema a investigar: efecto de la metodología de Polya en el desarrollo de la competencia resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de grado cuarto de primaria de la Institución Educativa Técnica Departamental Arcesio Caliz Amador.

MAESTRANTES: PEDRO JOSE GOMEZ MEDINA- JHONNY ENRIQUE JACOME S.

Nombre Del Estudiante:____

HOJA DE RESPUESTA

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D

Anexo 3. Propuesta de Intervención

Objetivo: Implementar la metodología de Pólya en el desarrollo de la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de cuarto grado en el grupo experimental de la Institución Educativa Técnica Departamental Arcesio Cáliz Amador.

TALLER NUMERO 1

INSTITUCION EDUCATIVA TECNICA DEPARTAMENTAL ARCESIO CALIZ AMADOR

NOMBRE DEL ESTUDIANTE_______________________FECHA_________

Paso 1: Entender el Problema.

Leer el problema

Santiago se inscribió en un concurso de videojuego en el que cada participante tiene tres turnos o vidas. El ganador será quien acumule el mayor puntaje. Si Santiago obtuvo 23 598 puntos en el primer turno, 19 368 en el segundo y 25310 en el tercero, ¿cuántos puntos acumuló Santiago?

a. ¿Entiendes todo lo que dice? : SI_________NO___________

b. Si tu respuesta fue NO, vuélvelo a leer.

c. ¿Puedes describir el problema en tus propias palabras? SI_____NO________

d. Si tu respuesta fue SI, descríbelo con tus propias palabras en estas líneas:____
____
____
____

2. configurar un plan.

a. Si tu respuesta fue NO poder describir el problema, entonces léelo nuevamente y realiza un dibujo con los elementos que menciona el problema.

b. Qué tipo de operación debes realizar para encontrar la respuesta? Marca con una X
Suma______Resta__________ Multiplicación__________División ___________

c. Si aún no entiendes, realiza un problema similar más simple. De lo contrario sigue al próximo punto.

Paso 3: Ejecutar el Plan.

a. Implementa la o las estrategias que escogiste hasta solucionar completamente el problema.

b. Soluciona el problema numéricamente:

Solución:

a. 68 536
b. 78 276
c. 68 276
d. 57 296

c. Si no lo puedes resolver solicita ayuda.

Paso 4: Mirar hacia atrás.

a. ¿Es tu solución correcta? ¿Tu respuesta satisface lo que está establecido en el problema?
SI__________NO__________

b. Si tu respuesta fue NO . Revisa tu lista de estrategias para ver si una (o más) te pueden ayudar a empezar.

c. si tu respuesta fue Si, verifica escribiendo la estrategia que diseñaste para resolver el problema.

____
____
____
____

d. Crees que hay una solución más sencilla? SI________NO_________

e. Si tu respuesta es SI, entonces realízala.

TALLER NUMERO 2

INSTITUCION EDUCATIVA TECNICA DEPARTAMENTAL ARCESIO CALIZ AMADOR

NOMBRE DEL ESTUDIANTE______________________FECHA_________

Paso 1: Entender el Problema.

Leer el problema

En una campaña de vacunación realizada en las fincas de un pequeño municipio, un grupo de veterinarios vacunó el primer día 1 345 vacas, el segundo día 1 309 y el último día 807. ¿Cuántas vacas vacunaron en total?

a. ¿Entiendes todo lo que dice? : SI_________NO___________

b. Si tu respuesta fue NO, vuélvelo a leer.

c. ¿Puedes describir el problema en tus propias palabras? SI_____NO________

____

____

____

c. Si tu respuesta fue SI, descríbelo con tus propias palabras en estas líneas:____

2. configurar un plan.

a. Si tu respuesta fue NO poder describir el problema, entonces léelo nuevamente y realiza un dibujo con los elementos que menciona el problema.

b. ¿Qué tipo de operación debes realizar para encontrar la respuesta? Marca con una X
Suma______Resta__________ Multiplicación__________División ___________

c. Si aún no entiendes, realiza un problema similar más simple. De lo contrario sigue al próximo punto.

Paso 3: Ejecutar el Plan.

a. Implementa la o las estrategias que escogiste hasta solucionar completamente el problema.

b. Soluciona el problema numéricamente.

SOLUCION:

a. 68 536
b. 78 276
c. 68 276
d. 57 296

c. Si no lo puedes resolver solicita ayuda.

Paso 4: Mirar hacia atrás.

a. ¿Es tu solución correcta? ¿Tu respuesta satisface lo que está establecido en el problema? SI_NO____

b. Si tu respuesta fue NO . Revisa tu lista de estrategias para ver si una (o más) te pueden ayudar a empezar.

c .si tu respuesta fue Si, verifica escribiendo la estrategia que diseñaste para resolver el

problema: ____
____
____
____

d. Crees que hay una solución más sencilla? SI________NO_________

e. Si tu respuesta es SI, entonces realízala.

TALLER NUMERO 3

INSTITUCION EDUCATIVA TECNICA DEPARTAMENTAL ARCESIO CALIZ AMADOR

NOMBRE DEL ESTUDIANTE______________________FECHA_________

Paso 1: Entender el Problema.

Leer el problema

La semana pasada asistieron 9 324 personas a un concierto. Si 3 719 ocuparon la localidad de la platea, ¿Cuántas personas asistieron a los balcones?

a. ¿Entiendes todo lo que dice? : SI________NO__________

b. Si tu respuesta fue NO, vuélvelo a leer.

c. ¿Puedes describir el problema en tus propias palabras? SI_____NO_______

d. Si tu respuesta fue SI, descríbelo con tus propias palabras en estas líneas:____
____
____
____

2. configurar un plan.

a. Si tu respuesta fue NO poder describir el problema, entonces léelo nuevamente y realiza un dibujo con los elementos que menciona el problema.

b. Qué tipo de operación debes realizar para encontrar la respuesta? Marca con una X
Suma_____ Resta_________ Multiplicación_________División __________

c. Si aún no entiendes, realiza un problema similar más simple. De lo contrario sigue al próximo punto.

Paso 3: Ejecutar el Plan.

a. Implementa la o las estrategias que escogiste hasta solucionar completamente el problema.

b. Soluciona el problema numéricamente:

SOLUCION:

a. 68 536
b. 78 276
c. 68 276
d. 57 296

c. Si no lo puedes resolver solicita ayuda.

Paso 4: Mirar hacia atrás.

a. ¿Es tu solución correcta? ¿Tu respuesta satisface lo que está establecido en el problema?
SI_________NO_________

b. Si tu respuesta fue NO . Revisa tu lista de estrategias para ver si una (o más) te pueden ayudar a empezar.

c. si tu respuesta fue Si, verifica escribiendo la estrategia que diseñaste para resolver el problema.

____
____
____
____

d. Crees que hay una solución más sencilla? SI________NO_________

e. Si tu respuesta es SI, entonces realízala.

TALLER NUMERO 4

INSTITUCION EDUCATIVA TECNICA DEPARTAMENTAL ARCESIO CALIZ AMADOR

NOMBRE DEL ESTUDIANTE______________________FECHA_________

Paso 1: Entender el Problema.

Leer el problema

Una plantación de tomates produjo 3 135 kg. Si cargaron 1 370 kg en un camión, ¿Cuántos kilogramos quedaron por cargar?

a. ¿Entiendes todo lo que dice el problema? : SI_________NO__________

b. Si tu respuesta fue NO, vuélvelo a leer.

c. ¿Puedes describir el problema en tus propias palabras? SI________NO_

d. Si tu respuesta fue SI, descríbelo con tus propias palabras en estas líneas:____
____
____
____

2. configurar un plan.

a. Plana. Si tu respuesta fue NO poder describir el problema, entonces léelo nuevamente y realiza un dibujo con los elementos que menciona el problema.

b. Plan b. ¿Qué tipo de operación debes realizar para encontrar la respuesta? Marca con una X:

Su
ma ________
Resta______
Multiplicación_
División _____

c. Escribe el plan que escogiste en el punto a y b
____

d. Si aún no entiendes, realiza un problema similar más simple. De lo contrario sigue al próximo paso.

Paso 3: Ejecutar el Plan.

a. Implementa la o las estrategias que escogiste hasta solucionar completamente el problema.

b. Soluciona el problema numéricamente:

Solución:

a. 1 865
b. 1 776
c. 1 765
d. 1 432

c. Si no lo puedes resolver solicita ayuda.

Paso 4: Mirar hacia atrás.

a. ¿ Es tu solución correcta? ¿Tu respuesta satisface lo que está establecido en el problema? SI_________NO__________

b. Si tu respuesta fue NO . Revisa tu lista de estrategias para ver si una (o más) te pueden ayudar a empezar.

c. si tu respuesta fue Si, verifica escribiendo la estrategia que diseñaste para resolver el problema.____
____
____
____

d. Crees que hay una solución más sencilla? SI________NO_________

e. Si tu respuesta es SI, entonces realízala.

TALLER NUMERO 5

INSTITUCION EDUCATIVA TECNICA DEPARTAMENTAL ARCESIO CALIZ AMADOR

NOMBRE DEL ESTUDIANTE_______________________FECHA_________

Paso 1: Entender el Problema.

Leer el problema
Un alpinista desea subir a la cima de una montaña que tiene 1 250 metros de altura. Su plan

indica que subirá 468 metros en la primera etapa, 350 en la segunda y el resto en la tercera.

Calcula los metros que le faltan para llegar a la cima después de la primera etapa.

a. ¿Entiendes todo lo que dice el problema? : SI_________NO___________

b. Si tu respuesta fue NO, vuélvelo a leer.

c. ¿Puedes describir el problema en tus propias palabras? SI______NO________

d. Si tu respuesta fue SI, descríbelo con tus propias palabras en estas líneas:____
____
____
____

2. configurar un plan.

a. Plana. Si tu respuesta fue NO poder describir el problema, entonces léelo nuevamente y realiza un dibujo con los elementos que menciona el problema.

b. Plan b. ¿Qué tipo de operación debes realizar para encontrar la respuesta? Marca con una X:
Suma______ Resta_______División_______ Multiplicación_________________

c. Escribe el plan que escogiste en el punto a yb
____

d. Si aún no entiendes, realiza un problema similar más simple. De lo contrario sigue al próximo paso.

Paso 3: Ejecutar el Plan.

a. Implementa la o las estrategias que escogiste hasta solucionar completamente el problema.

b. Soluciona el problema numéricamente:

Solución:

a. 438
b. 576
c. 405
d. 432

c. Si no lo puedes resolver solicita ayuda.

Paso 4: Mirar hacia atrás.

a. ¿Es tu solución correcta? ¿Tu respuesta satisface lo que está establecido en el problema?
SI_________NO__________

b. Si tu respuesta fue NO . Revisa tu lista de estrategias para ver si una (o más) te pueden ayudar a empezar.

c . Si tu respuesta fue Si, verifica escribiendo la estrategia que diseñaste para resolver el problema.____
____
____
____

d. Crees que hay una solución más sencilla? SI_________NO_________

e. Si tu respuesta es SI, entonces realízala.

TALLER NUMERO 6

INSTITUCION EDUCATIVA TECNICA DEPARTAMENTAL ARCESIO CALIZ AMADOR

NOMBRE DEL ESTUDIANTE_______________________FECHA_________

Paso 1: Entender el Problema.

Leer el problema

Un perro consume aproximadamente 456 kg de comida al año. ¿Cuántos kilogramos de comida comerán 13 perros?

a. ¿Entiendes todo lo que dice el problema? : SI________NO__________

b. Si tu respuesta fue NO, vuélvelo a leer.

c. ¿Puedes describir el problema en tus propias palabras? SI_____NO_______

d. Si tu respuesta fue SI, descríbelo con tus propias

e. palabras en estas líneas:____
____
____
____

2. configurar un plan.

a. Plan a Si tu respuesta fue NO poder describir el problema, entonces léelo nuevamente y realiza un dibujo con los elementos que menciona el problema.

b. Plan b. Qué tipo de operación debes realizar para encontrar la respuesta? Marca con una X: Multiplicaci División _____

Suma____________ Multiplica__________

Resta ________

c. .Escribe el plan que escogiste en el punto a yb

____

d. Si aún no entiendes, realiza un problema similar más simple. De lo contrario sigue al próximo paso.

Paso 3: Ejecutar el Plan.

a. Implementa la o las estrategias que escogiste hasta solucionar completamente el problema.

b- .Soluciona el problema numéricamente:

Solución:

a. 5 438
b. 5 578
c. 5 928
d. 5 828

c. Si no lo puedes resolver solicita ayuda.

Paso 4: Mirar hacia atrás.

a. ¿Es tu solución correcta? ¿Tu respuesta satisface lo que está establecido en el problema? SI__________NO__________

b. Si tu respuesta fue NO . Revisa tu lista de estrategias para ver si una (o más) te pueden ayudar a empezar.

c. si tu respuesta fue Si, verifica escribiendo la estrategia que diseñaste para resolver el problema. ____

____
____
____

d. Crees que hay una solución más sencilla? SI_________NO_________

e. Si tu respuesta es SI, entonces realízala.

TALLER NUMERO 7

INSTITUCION EDUCATIVA TECNICA DEPARTAMENTAL ARCESIO CALIZ AMADOR

NOMBRE DEL ESTUDIANTE______________________FECHA_________

Paso 1: Entender el Problema.

Leer el problema

En una biblioteca compraron 568 libros. Si cada libro cuesta $ 15 865,

¿Cuánto costaron todos los libros?

a. ¿Entiendes todo lo que dice el problema? : SI_________NO___________

b. Si tu respuesta fue NO, vuélvelo a leer.

c. ¿Puedes describir el problema en tus propias palabras? SI______NO________

d. Si tu respuesta fue SI, descríbelo con tus propias palabras en estas líneas:____
____
____
____

2. configurar un plan.

a. Plana. Si tu respuesta fue NO poder describir el problema, entonces léelo nuevamente y realiza un dibujo con los elementos que menciona el problema.

b. Plan b. Qué tipo de operación debes realizar para encontrar la respuesta? Marca con una X: Resta_______Multiplicación________División ______ Suma ________

c. Escribe el plan que escogiste en el punto a yb
____

d. Si aún no entiendes, realiza un problema similar más simple. De lo contrario sigue al próximo paso.

Paso 3: Ejecutar el Plan.

a. Implementa la o las estrategias que escogiste hasta solucionar completamente el problema.

b. Soluciona el problema numéricamente:

Solución:

a. 9. 011. 524
b. 9. 011. 320
c. 8. 011. 320
d 9. 711. 480

c. Si no lo puedes resolver solicita ayuda.

Paso 4: Mirar hacia atrás.

a. ¿Es tu solución correcta? ¿Tu respuesta satisface lo que está establecido en el problema?
SI__________NO__________

b. Si tu respuesta fue NO . Revisa tu lista de estrategias para ver si una (o más) te pueden ayudar a empezar.

c.si tu respuesta fue Si, verifica escribiendo la estrategia que diseñaste para resolver el problema.____
____
____
____

d. Crees que hay una solución más sencilla? SI________NO_________

e. Si tu respuesta es SI, entonces realízala.

TALLER NUMERO 8

INSTITUCION EDUCATIVA TECNICA DEPARTAMENTAL ARCESIO CALIZ AMADOR

NOMBRE DEL ESTUDIANTE______________________FECHA_________

Paso 1: Entender el Problema.

Leer el problema

El colegio de Federico participó en una jornada de ayuda humanitaria. Si recogieron 27 cajas con 132 kg de alimento cada una.

¿Cuántos kilos de alimento donará el colegio de Federico?

a. ¿Entiendes todo lo que dice el problema? : SI_________NO___________

b. Si tu respuesta fue NO, vuélvelo a leer.

c. ¿Puedes describir el problema en tus propias palabras? SI_____NO_______

____

____

____

d. Si tu respuesta fue SI, descríbelo con tus propias palabras en estas líneas:____

2. configurar un plan.

a. Plan a. Si tu respuesta fue NO poder describir el problema, entonces léelo nuevamente y realiza un dibujo con los elementos que menciona el problema

b. Plan b. Qué tipo de operación debes realizar para encontrar la respuesta? Marca con una X: Multiplicación _________________ División _____ Suma ________ Resta ______

c. Escribe el plan que escogiste en el punto a y b

____

d. Si aún no entiendes, realiza un problema similar más simple. De lo contrario sigue al próximo paso.

Paso 3: Ejecutar el Plan.

a. Implementa la o las estrategias que escogiste hasta solucionar completamente el problema.

b. Soluciona el problema numéricamente:

Solución:

a. 3 556
b. 4 564
c. 3 564
d. 3 265

c. Si no lo puedes resolver solicita ayuda.

Paso 4: Mirar hacia atrás.

a. ¿Es tu solución correcta? ¿Tu respuesta satisface lo que está establecido en el problema?
SI___NO__

b. Si tu respuesta fue NO . Revisa tu lista de estrategias para ver si una (o más) te pueden ayudar a empezar.

c. si tu respuesta fue Si, verifica escribiendo la estrategia que diseñaste para resolver el problema.____________________________________

____
____
____

d. Crees que hay una solución más sencilla? SI_______NO________

e. Si tu respuesta es SI, entonces realízala.

TALLER NUMERO 9

INSTITUCION EDUCATIVA TECNICA DEPARTAMENTAL ARCESIO CALIZ AMADOR

NOMBRE DEL ESTUDIANTE________________________FECHA_________

Paso 1: Entender el Problema.

Leer el problema

Una de las entidades bancarias de una ciudad acaba de comprar 276 cajeros automáticos que instalará equitativamente en 4 zonas de la ciudad.

¿Cuántos cajeros instalará en cada zona?

a. ¿Entiendes todo lo que dice el problema? : SI________ NO_________

b. Si tu respuesta fue NO, vuélvelo a leer.

c. ¿Puedes describir el problema en tus propias palabras? SI_____NO________

d. Si tu respuesta fue SI, descríbelo con tus propias palabras en estas líneas:____
____
____
____

2. Configurar un plan.

a. Plana. Si tu respuesta fue NO poder describir el problema, entonces léelo nuevamente y realiza un dibujo con los elementos que menciona el problema.

b Plan b. Qué tipo de operación debes realizar para encontrar la respuesta? Marca con Suna X: Su Resta______Multiplicación________División ______
____

c. Escribe el plan que escogiste en el punto a y b

____

d. Si aún no entiendes, realiza un problema similar más simple. De lo contrario sigue al próximo paso.

Paso 3: Ejecutar el Plan.

a. Implementa la o las estrategias que escogiste hasta solucionar completamente el problema.

b. Soluciona el problema numéricamente.

Solución:

a. 79
b. 84
c. 69
d. 96

c. Si no lo puedes resolver solicita ayuda.

Paso 4: Mirar hacia atrás.

a. .¿Es tu solución correcta? ¿Tu respuesta satisface lo que está establecido en el problema? SI_________NO__________

b. Si tu respuesta fue NO . Revisa tu lista de estrategias para ver si una (o más) te pueden ayudar a empezar.

c. si tu respuesta fue Si, verifica escribiendo la estrategia que diseñaste para resolver el problema.____

____
____
____

d. Crees que hay una solución más sencilla? SI________NO_________

e. Si tu respuesta es SI, entonces realízala.

TALLER NUMERO 10

INSTITUCION EDUCATIVA TECNICA DEPARTAMENTAL ARCESIO CALIZ AMADOR

NOMBRE DEL ESTUDIANTE______________________FECHA_________

Paso 1: Entender el Problema.

Leer el problema

Un grupo de científicos repartirán 2 970 gusanos de seda en cajas de cartón con la misma cantidad.

¿Cuantas cajas necesitan si en cada una ponen 18 gusanos?

a. ¿Entiendes todo lo que dice el anterior problema? : SI________NO__________

b. Si tu respuesta fue NO, vuélvelo a leer.

c. ¿Puedes describir el problema en tus propias palabras? SI_____NO_______

d. Si tu respuesta fue SI, descríbelo con tus propias palabras en estas líneas:____
____
____
____

2. configurar un plan.

a. Si tu respuesta fue NO poder describir el problema, entonces léelo nuevamente y realiza un dibujo con los elementos que menciona el problema.

b. Qué tipo de operación debes realizar para encontrar la respuesta? Marca con una X
Suma______Resta__________ Multiplicación__________División __________

c. Si aún no entiendes, realiza un problema similar más simple. De lo contrario sigue al próximo punto.

Paso 3: Ejecutar el Plan.

a. Implementa la o las estrategias que escogiste hasta solucionar completamente el problema.

b. Soluciona el problema numéricamente:

Solución:

a. 179
b. 284
c. 169
d 165

c. Si no lo puedes resolver solicita ayuda.

Paso 4: Mirar hacia atrás.

a. ¿Es tu solución correcta? ¿Tu respuesta satisface lo que está establecido en el problema?
SI_________NO__________

b. Si tu respuesta fue NO . Revisa tu lista de estrategias para ver si una (o más) te pueden ayudar a empezar.

c. si tu respuesta fue Si, verifica escribiendo la estrategia que diseñaste para resolver el problema.

____
____
____
____

d. Crees que hay una solución más sencilla? SI________NO_________

e. Si tu respuesta es SI, entonces realízala.

TALLER NUMERO 11

INSTITUCION EDUCATIVA TECNICA DEPARTAMENTAL ARCESIO CALIZ AMADOR

NOMBRE DEL ESTUDIANTE________________________FECHA_________

Paso 1: Entender el Problema.

Leer el problema

A una tienda de animales llego un pedido de 380 peces los cuales serán organizados en acuarios de 18 peces

¿Cuántos acuarios necesitan?

a ¿Entiendes todo lo que dice? : SI_________NO___________

b Si tu respuesta fue NO, vuélvelo a leer.

c. ¿Puedes describir el problema en tus propias palabras? SI______NO________

d. Si tu respuesta fue SI, descríbelo con tus propias palabras en estas líneas:____
____
____
____

2. configurar un plan.

a. Si tu respuesta fue NO poder describir el problema, entonces léelo nuevamente y realiza un dibujo con los elementos que menciona el problema.

b.. Qué tipo de operación debes realizar para encontrar la respuesta? Marca con una X

Suma_____ Resta__________ Multiplicación__________División __________

c. Si aún no entiendes, realiza un problema similar más simple. De lo contrario sigue al próximo punto.

Paso 3: Ejecutar el Plan.

a. Implementa la o las estrategias que escogiste hasta solucionar completamente el problema.

b. Soluciona el problema numéricamente:

Solución:

a. 21, 5
b. 23, 6
c. 23, 9
d. 21, 1

c. Si no lo puedes resolver solicita ayuda.

Paso 4: Mirar hacia atrás.

a. ¿Es tu solución correcta? ¿Tu respuesta satisface lo que está establecido en el problema? SI___NO___

b. Si tu respuesta fue NO . Revisa tu lista de estrategias para ver si una (o más) te pueden ayudar a empezar.

c.si tu respuesta fue Si, verifica escribiendo la estrategia que diseñaste para resolver el problema.

____
____
____
____

d. Crees que hay una solución más sencilla? SI________NO_________

e. Si tu respuesta es SI, entonces realízala.

TALLER NUMERO 12

INSTITUCION EDUCATIVA TECNICA DEPARTAMENTAL ARCESIO CALIZ AMADOR

NOMBRE DEL ESTUDIANTE______________________FECHA_________

Paso 1: Entender el Problema.

n. Leer el problema

En un cultivo de flores se recogen 3 420 rosas, para repartirlos en 15 floristerías.

¿Cuántas rosas recibirán cada floristería?

a. ¿Entiendes todo lo que dice el anterior problema? : SI_________NO___________

b. Si tu respuesta fue NO, vuélvelo a leer.

c. ¿Puedes describir el problema en tus propias palabras? SI_____NO_______

d. Si tu respuesta fue SI, descríbelo con tus propias palabras en estas líneas:____

____

____

____

2. configurar un plan.

a. Si tu respuesta fue NO poder describir el problema, entonces léelo nuevamente y realiza un dibujo con los elementos que menciona el problema.

b. Qué tipo de operación debes realizar para encontrar la respuesta? Marca con una X
Suma_____Resta__________ Multiplicación__________División __________

c. Si aún no entiendes, realiza un problema similar más simple. De lo contrario sigue al próximo punto.

Paso 3: Ejecutar el Plan.

a. Implementa la o las estrategias que escogiste hasta solucionar completamente el problema.

b. Soluciona el problema numéricamente:

Solución:

a. 236
b. 228
c. 327
d. 229

c Si no lo puedes resolver solicita ayuda.

Paso 4: Mirar hacia atrás.

a. ¿Es tu solución correcta? ¿Tu respuesta satisface lo que está establecido en el problema?
SI_________NO__________

b. Si tu respuesta fue NO . Revisa tu lista de estrategias para ver si una (o más) te pueden ayudar a empezar.

c. si tu respuesta fue Si, verifica escribiendo la estrategia que diseñaste para resolver el problema.

____
____
____
____

d. Crees que hay una solución más sencilla? SI________NO_________

e. Si tu respuesta es SI, entonces realízala.

Anexo 4. Encuesta A Estudiantes

Objetivo: Valorar si existen diferencias significativas en la competencia resolución de problemas matemáticos en los estudiantes, utilizando la metodología de Pólya en el grupo experimental, después de ser intervenido.

Marque con una X la respuesta que considere correcta sobre el proceso de resolución de problemas matemáticos con los pasos cuatro pasos de Pólya.que usted realizó durante las diferentes secciones y talleres

1º) Entender el problema

a. ¿Lograste entender lo que los problemas planteaban durante la prueba? Si No_____

b. ¿Fue fácil discriminar los datos, las relaciones entre estos y entender las condiciones en las que se presentan los problemas? Si_____No____

c.) ¿Para responder las opciones de respuesta a los problemas lees los problemas planteados? Si_NO____

d.) Se te facilitó la identificación de las incógnitas en los problemas, Si_NO_____

e.) ¿Logras identificar los datos suministrados en un problema? Si___No____

f.) ¿Crees que se te facilita replantear los problemas en tus propias palabras?

SI___NO ___

2°) Concebir el plan de solución

a) ¿Logras identificar los nombres de algunas estrategias para resolver problemas aritméticos? SI ___NO____¿Cuál____

b) ¿Para resolver un problema se hace necesario identificar las operaciones indicadas o procedimientos matemáticos que permitan obtener la solución al problema? SI____NO____

c) ¿Es necesario descomponer un problema en otros más pequeños para encontrar su solución? SI No____

d) ¿Puedes recordar y relatar lo que has realizado? SI____NO____

3º Ejecutar el plan

a.) ¿verificas cada paso del plan o de la estrategia elegida?
SI___NO____

b.) ¿buscas varias alternativas de solución?

SI___NO____

4°) Visión retrospectiva

a.) ¿revisó si los resultados son acordes a los resultados que se pedían? SI___NO____

b.) ¿buscas nuevas formas de hallar el resultado? SI_NO______

e) ¿Se pregunta si el procedimiento empleado sirve para resolver problemas similares? SI NO_____

Anexo 5. Evidencias Fotográficas

Barranquilla; 06 de Agosto de 2017

Apreciada Rectora:
Nancy Londoño Sereno
I.E.T.D. ARCESIO CALIZ AMADOR

Cordial saludo.

En el marco del convenio de cooperación Nº 054, cuyo objetivo es “CONVENIO ESPECIAL DE COOPERACION PARA LA FORMACION EN OCHENTA (80) BECAS DE MAESTRIA EN EDUCACION PARA DOCENTES Y DIRECTIVOS DOCENTES DE INSTITUCIONES EDUCATIVAS DEL DEPARTAMENTO DEL MAGDALENA PARA EL FORTALECIMIENTO EN SUS CAPACIDADES DE INVESTIGACION EN CIENCIA, TECNOLOGIA E INNOVACION, MAGDALENA CARIBE” surge la idea de adelantar una investigación titulada EFECTO DE LA METODOLOGIA DE POLYA EN EL DESARROLLO DE LA RESOLUCION DE PROBLEMAS MATEMATICOS EN ESTUDIANTES DE CUARTO GRADO; por esta razón se hace necesario realizar una validación exhaustiva del instrumento que será aplicado en los estudiantes de 4º de básica primaria que participaran en esta investigación. Es así, como el equipo investigador, solicita apoyo para realizar la aplicación de la prueba a los estudiantes de 4º de básica primaria de su institución, sólo con dichos fines investigativos.

Esperamos contar con su apoyo para este importante proceso académico.

Mg. MARCIAL CONDE HERNANDEZ Maestrante: PEDRO GOMEZ MEDINA
Director de tesis
Facultad de humanidades

Maestrante: JHONNY ENRIQUE JACOME SEPULVEDA