

# Alternativa Heurística MCM para Problemas de Ruteo de Vehículos

## MCM Heuristic Alternative for Vehicle Routing Problem-Solving

Artículo de Investigación Científica. - Fecha de Recepción: 25 de abril del 2013. - Fecha de Aceptación: 23 de agosto del 2013.

José Luis Flores Flores

Ingeniero Mecánico Electricista. Magister en Ciencias, con especialidad en ingeniería Industrial. Tecnológico Monterrey, Campus Ciudad de México, México. lsigma@live.com.mx

Manuel Alvarez-Madrigal

Físico. Magister en investigación de Operaciones. Doctor en Ciencias (exactas). Tecnológico Monterrey, Campus Ciudad de México, México. mmadrigal@itesm.mx

Para citar este artículo / To reference this article:

J. L. Flores and M. Alvarez-Madrigal, "Alternativa heurística MCM para problemas de ruteo de vehículos," INGE CUC, vol. 9, no. 2, pp. 52–57, 2013.

**Resumen:** El problema del ruteo de vehículos (VRP) implica una gran complejidad matemática para resolverlo. Esto dificulta su uso en organizaciones de tamaño pequeño y mediano, pues es necesario que inviertan para contar con software especializado y personal capacitado. Los métodos que se emplean para buscar una solución óptima al problema VRP inician con una solución factible que va mejorando. Esta solución factible inicial se genera al azar, por algún otro método, o bien se puede utilizar una solución proporcionada por el usuario. En este trabajo se presenta un algoritmo para obtener una solución factible al problema de VRP, llamado Método de Centros de Masa (MCM). Este método es de fácil ejecución y su desempeño difiere poco de las soluciones finales generadas por algoritmos comerciales, así que pudiera utilizarse como una aproximación a la solución del problema. Esto ayuda a extender la aplicación del VRP.

**Palabras clave:** problema de ruteo de vehículos, métodos de optimización, optimización combinatoria.

**Abstract:** The Vehicle Routing Problem (VRP) involves a major mathematical complexity to solve it. This impedes its use in small and medium size organizations, because an investment in specialized software and trained personnel is required. The methods used to find an optimal solution to the VRP start with an improving workable solution. This initial solution can be generated randomly, calculated by some other method, or even a solution provided by the user can also be used. In this paper, we present an algorithm to obtain a feasible solution to the problem of VRP called Mass Center Method (MCM). The method is easy to perform and its performance differs little from the final solutions generated by commercial algorithms, therefore, it could be used as an approximation to the solution of the problem. This can help to extend the application of the VRP.

**Keywords:** vehicle routing problem, optimization methods, combinatorial optimization.

## I. INTRODUCCIÓN

El VRP es un problema de optimización combinatoria y programación entera en el que se busca la mejor forma de visitar y surtir a un número de clientes con una flota determinada de vehículos. Propuesto por Dantzing y Ramser [1] en 1959, el VRP tiene gran relevancia en los campos de transporte, distribución y logística.

Este problema consiste en diseñar un conjunto de entregas o una colección de rutas tal que cada ruta empiece y termine en un depósito del material por reparar. En la solución del problema, cada cliente es visitado exactamente una vez por un vehículo, la demanda total de cada ruta no excederá una cantidad  $Q$  de material, la duración total del recorrido de cada ruta (tiempos de viaje y de servicio) no deberá exceder un límite disponible  $D$  y la distancia total (o costo) de la ruta deberá ser mínima. Las cantidades ( $Q$ ,  $D$ ) dependerán de la flota de vehículos, las demandas dependerán de los clientes y el material en existencia en cada uno de los depósitos con que se cuenta.

Hasta el momento se han estudiado muchas variaciones del problema; por ejemplo: la flota de vehículos puede ser heterogénea, los vehículos pueden recoger o entregar en la misma ruta; algunos vehículos pueden estar deshabilitados para visitar algunos puntos; algunos clientes requieren varias visitas dentro de una ventana de tiempo; pueden existir varios depósitos; las entregas pueden repartirse entre diversos vehículos, etc. [2].

Dado que las soluciones exactas son en general difíciles de encontrar, los métodos heurísticos son muy utilizados en la práctica. Dichos métodos han tenido una evolución constante durante los últimos 40 años. En los primeros métodos heurísticos se puso mucho énfasis en la velocidad de cálculo para obtener una solución factible. Un ejemplo de esta clase de métodos serían los algoritmos de Fisher y Jaikumar [3]. Sin embargo, en los últimos años se han desarrollado métodos innovadores, como el Scatter Search [4] y el METARAPS [5], que se suman a los métodos tradicionales y populares, como el Recocido Simulado y la Búsqueda Tabú, así como a los algoritmos genéticos para resolver problemas de VRP [6], los cuales se enfocan más en la flexibilidad de la metodología para poder abordar problemas con un gran número de variantes y condiciones especiales, además de ser rápidos y eficientes desde el punto de vista computacional, pero no son sencillos operacionalmente y requieren del apoyo de computadoras para poder efectuar todas las operaciones implicadas. Mucho del *software* comercial y muchos programas hechos de manera artesanal que se usan en las empresas para resolver problemas de VRP están basados en metodologías no muy actualizadas, que algunas veces se remontan a 1960. La mayor parte del esfuerzo comercial se ha hecho en la administración de los datos y en lograr una interfaz con el usuario más sofisticada. No es extraño que los responsables del ruteo utilicen soluciones de baja calidad producidas por programas comerciales y exploten las capacidades interactivas

del *software* para desarrollar mejoras manuales [2]. Esto requiere de *software* especializado, personal con mucha experiencia y capacitación en este tipo de problemas. Dado el costo que implican estos recursos, es difícil que la pequeña y la mediana empresa adopten alguna metodología para resolver los VRP asociados a sus problemas de operación. De hecho, algunos autores concluyen que simplemente los métodos para resolver VRP no tienen las características necesarias para asegurar su adopción a gran escala dentro de la industria [2].

En este trabajo se presenta un algoritmo que proporciona una solución factible a un VRP para que posteriormente se pueda mejorar utilizando cualquier método que necesite una solución factible inicial para mejorarla. El objetivo de este trabajo es proporcionar un algoritmo de fácil aplicación, que se pueda calcular aun sin *software* especializado y que se aproxime a la solución óptima, de manera que la solución factible que aporta se pudiera utilizar de manera provisional, sabiendo que es mejor que una selección aleatoria de puntos de visita y que es cercana a la solución óptima.

Estas cualidades de simplicidad del método MCM pueden promover el uso de las herramientas de optimización, sobre todo en las pequeñas y medianas empresas, que no tienen capacidad (o interés) para hacer inversión en *software* ni personal capacitado para mejorar su operación diaria.

A continuación se presenta el algoritmo MCM para obtener una solución factible para un VRP simple, con un depósito, con un vehículo. Aunque aquí se presenta la versión más simple del algoritmo, esta versión es relativamente fácil de ajustar para una flota heterogénea de vehículos y con varios depósitos. Este algoritmo es muy reciente y aún no ha sido codificado, por lo que todos los cálculos en los ejemplos de aplicación fueron hechos a mano, lo cual ilustra la facilidad de este método.

Creemos que un método simple que puede calcularse a mano y que aporta soluciones factibles cercanas al óptimo apoyaría bien la adopción masiva de este tipo de técnicas de optimización en la pequeña y mediana empresa. Además de que proporciona un método alternativo para calcular la solución factible inicial para un VRP y que es mejor que una selección aleatoria.

## II. MCM PARA ENCONTRAR UNA SOLUCIÓN INICIAL PARA UN PROBLEMA DE VRP

Este método tiene un enfoque para abordar el problema de lo general a lo particular, inspirándose en el principio mecánico de "centro de masas", el cual se define como el punto geométrico que dinámicamente se comporta como si en él estuviera aplicada la resultante de las fuerzas externas al sistema inercial [7].

En un sistema de masas puntuales, el centro de masas es el punto donde para efectos dinámicos e inerciales se puede suponer que está concentrada toda la masa del sistema. Aplicar este concepto a un VRP implica visualizar el problema de lo general a lo particular. El MCM se describe a continuación en el diagrama

ma de la figura 1. Sin embargo, los pasos del MCM se entenderán mejor aplicándolos a un ejemplo numérico, como el que se presenta a continuación.

A. Ejemplo de aplicación del MCM

En esta sección se muestra cómo aplicar los pasos del MCM (figura 1) para encontrar una solución factible al problema de visitar una vez a cada vértice del conjunto ilustrado en la figura 2, utilizando la menor distancia total recorrida. Los vértices marcados en la figura 2 se seleccionaron de manera aleatoria sobre un mapa, solo para ilustrar la aplicación el método.

De acuerdo con los pasos del algoritmo MCM (en la figura 1) tenemos que:

**Pasos del MCM**

**Paso 1.** El conjunto de vértices por visitar  $X_i = (x_{ip}, y_{ip}) \ i=1,2,..n$  se subdivide en 4 cuadrantes arbitrarios  $V1, V2, V3, V4$ .

**Paso 2.** Si 4 cuadrantes es suficiente resolución para el problema, pase a 4) y proceda a calcular la secuencia de visitas a cada uno de los cuadrantes (cada uno puede contener varios vértices).

**Paso 3.** Si requiere más cuadrantes (mayor resolución), subdivida cada cuadrante en tantos subcuadrantes  $V_i$  como se requiera ( $i=1, 2,.. m$  en total).

**Paso 4.** Enumere los cuadrantes; por ejemplo, asignando "A" al que contiene el vértice de inicio, B al siguiente y así sucesivamente hasta nombrar a todos los que contienen vértices, para después construir la secuencia.

**Paso 5.** Calcule el centro de masas de  $CM_i \ (i=1,.., m)$  para cada cuadrante  $V_i$ , donde  $m$  es el número total de subcuadrantes. Utilice solo los puntos que no se encuentren sobre las divisiones de los sub-cuadrantes  $V_i$ . Si no hay vértices sobre las subdivisiones, vaya al paso 8.

**Paso 6.** Si hay puntos sobre las divisiones de los subcuadrantes, defina la pertenencia de estos vértices  $X_j$  a los subcuadrantes  $V_i$  calculando las distancias  $d_{ij}$  rectilíneas del vértice  $X_j$  al  $CM_i$  para los cuadrantes  $i$  que tengan su frontera sobre  $X_j$ . Asigne el punto  $X_j$  al  $V_i$  con la mínima distancia. Si hay empates, asigne al  $V_i$  con menor dispersión interna, y si el empate persiste asigne a cualquiera de ellos. Si el cuadrante  $i$  está vacío, utilice el centro geométrico del cuadrante en lugar del  $CM_i$ .

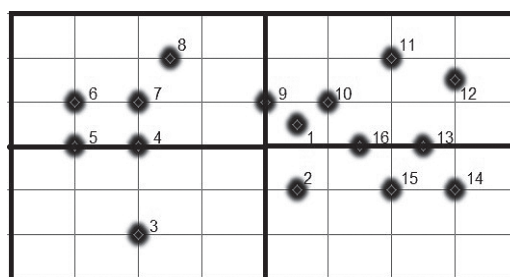
**Paso 7.** Recalcule los centros de masas  $CM_i$  para  $i=1,2,.., m$ , incluyendo en cada subconjunto  $i$  los puntos asignados en el paso 6.

**Paso 8.** Inicie la secuencia de visita (ruta) en el punto inicial A con  $CM_i \ (i=A)$  y conecte  $V_i \ (i=A)$  con el  $V_k$  adyacente con el  $CM_k$  más cercano, usando la distancia rectilínea entre los dos centros de masas. Los  $V_i$  adyacentes serán los que comparten más de un punto en su frontera (una arista de los subcuadrantes). A y  $k$  se consideran conectados (A-k) y  $k$  se elimina de la lista de puntos por conectar,  $k$  es el punto extremo de la trayectoria.

**Paso 9.** Inicie una nueva conexión iniciando ahora en  $k \ CM_i \ (i=k)$  y conecte  $V_k$  con el  $V_{k'}$  adyacente que tenga el  $CM_{k'}$  más cercano a  $CM_k$ , usando la distancia rectilínea entre los dos centros de masas. A y  $k$  se consideran conectados (A-k-k') y ahora  $k'$  será el punto extremo de la trayectoria y se quita de la lista de vértices por conectar.

**Paso 10.** Repita el paso 9, ahora con  $k'$  como extremo y conectando al siguiente vértice hasta que termine con todos los  $m-1$  vértices y tenga que regresar a A.

**Figura 1.** Algoritmo de Centro de Masas  
Fuente: Elaboración propia.



**Figura 2.** División en cuadrantes  
Fuente: Elaboración propia.

*Primero:* paso 1, se dibuja un rectángulo que delimita el área del problema propuesto y se divide en 4 cuadrantes, como se ilustra en la figura 2.

*Segundo:* pasos 2-4, suponiendo que 4 cuadrantes son suficientes (y no necesitaríamos mayor resolución), se nombran los cuadrantes en orden alfabético, empezando por aquel que contiene el punto de inicio y de terminación del recorrido.

*Tercero:* paso 5, se determina el  $CM_i$  para cada uno de los cuadrantes ( $i=A, B, C, D$ ). Solo se utilizarán los puntos que están claramente definidos en un cuadrante. Por ejemplo, los vértices 9, 13 y 16 no se consideran para el cálculo del centro de masas del cuadrante A.

*Cuarto:* pasos 6-7, para los puntos que quedan en la frontera de dos cuadrantes, se hace la reasignación a los cuadrantes correspondientes. La tabla 1 muestra las coordenadas de los vértices en el cuadrante A, con un origen arbitrario. La tabla 2 muestra las coordenadas de los vértices del cuadrante B, donde se puede apreciar que la distancia del punto 9 al  $CM_A$  es menor y el punto 9 es asignado al cuadrante A. Usando el mismo procedimiento en los cuadrantes restantes (B, C, D), los puntos quedan asignados a los cuadrantes como se muestra en la tabla 3.

*Quinto:* pasos 8-10, para definir la secuencia de visita a los cuadrantes A, B, C, D, para este ejemplo, se considera que el origen de la ruta estará en el punto 1, por tanto se tomará el cuadrante A como el inicial. El siguiente cuadrante está determinado por la distancia más corta entre los centros de masas de los 2 cuadrantes adyacentes. Como la distancia entre  $CM_A$  y  $CM_B$  es mayor que la distancia entre  $CM_A$  y  $CM_D$ , entonces la secuencia será de A dirigirse a D. A y D quedan conectados (A-D) con D como extremo.

Como D es adyacente a A y C, y como A ya está conectado, C es el siguiente en la secuencia, y se considera conectado (A-D-C) con C como extremo. Como C es adyacente a D y B, y como D ya está conectado, entonces C conecta con B y la secuencia es: A-D-C-B y B es extremo. Como ya no hay puntos por conectar, B se conecta con el vértice inicial A, quedando la secuencia de visitas a los  $CM$  de los cuadrantes como A-D-C-B-A. Esto aplica en el caso de que sea suficiente programar una visita a cada grupo de

puntos incluidos en cada cuadrante. Este caso es el más simple, pero podría aplicarse cuando un transporte visita poblaciones donde los puntos de distribución están muy agregados al centro; incluso hay ocasiones en las que todos los clientes por visitar en una población pequeña estuvieran en el centro de la población.

TABLA I. COORDENADAS DE LOS VÉRTICES EN EL CUADRANTE A CON SU DISTANCIA MEDIA

	Cuadrante A	
Punto 1	1	1
Punto 11	2	3
Punto 12	4	5
Punto 13	6	4
Media	3.25	3.25

Fuente: Elaboración propia.

TABLA II. COORDENADAS DE LOS VÉRTICES EN EL CUADRANTE B CON SU DISTANCIA MEDIA

	Cuadrante A	
Punto 6	-6	2
Punto 7	-4	2
Punto 8	-3	4
Media	-4.333	2.667

Fuente: Elaboración propia.

TABLA III. AGRUPACIÓN DE PUNTOS POR CUADRANTE

Cuadrante A	Cuadrante B	Cuadrante C	Cuadrante D
1	4	3	2
9	5		13
10	6		14
11	7		15
12	8		16

Fuente: Elaboración propia.

Para el caso en que se requiera resolver el problema con una mayor resolución y se necesite la secuencia de visita para cada uno de los vértices del problema, se procedería de la siguiente manera:

Se aplica el paso 3 (después de pasos 1-2), y se subdividen cada uno de los cuadrantes definidos (A, B, C, D), como se muestra en la figura 3. Si se considera suficiente ese número de cuadrantes, se asignan los puntos que están entre 2 cuadrantes (figura 4) para calcular los CMi correspondientes y posteriormente calcular la secuencia de visitas. Si no es suficiente, se hace una subdivisión adicional, hasta que los vértices en el interior de cada subcuadrante sea un vértice como máximo, como se aprecia en la figura 5. En esta se ilustran con amarillo los CMI para cada cuadrante con vértices asignados y en negro los 16 vértices por visitar.

Organizando la secuencia de visita empezando por el cuadrante, que tiene asignado el vértice 1, de acuerdo con los pasos 8-10 del MCM, la secuencia de visita es la que se ilustra en rojo en la figura 6. La distancia recorrida con esta solución factible calculada por el MCM es de 62 unidades de distancia.

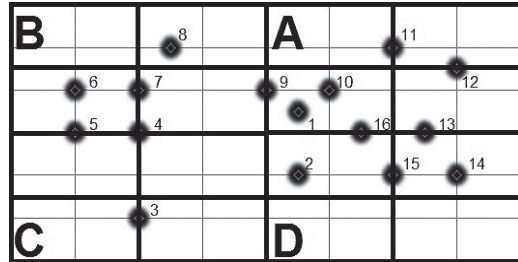


Figura 3. Subdivisión de los cuadrantes definidos  
Fuente: Elaboración propia.

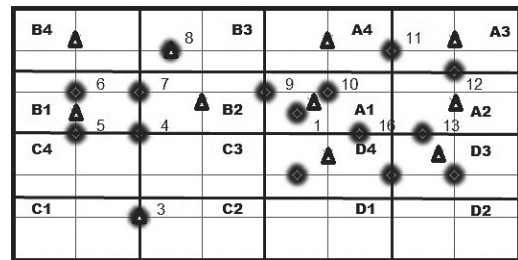


Figura 4. Asignación de puntos entre dos cuadrantes equidistantes a un Centro de Masa  
Fuente: Elaboración propia.

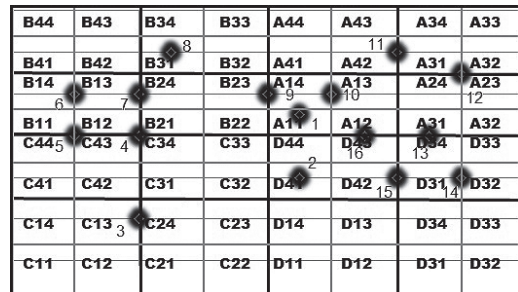


Figura 5. Localización de los Centros de Masa  
Fuente: Elaboración propia.

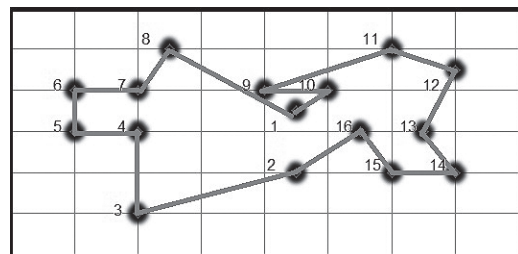


Figura 6. Resultado del Método de Centros de Masa para un Problema de 16 destinos  
Fuente: Elaboración propia.



III. LA CONVENIENCIA DE UTILIZAR LAS SOLUCIONES FACTIBLES QUE CALCULA EL MCM A VRP

Para estimar la conveniencia de usar este método para encontrar soluciones factibles como propuesta inicial para su posterior optimización, se comparó la distancia obtenida con el MCM para estos 16 puntos contra la distancia recorrida promedio, cuando se selecciona una ruta con una secuencia al azar y también contra la distancia recorrida por una solución obtenida por el programa comercial de optimización llamado “VRP solver”, que ejecuta el algoritmo de Clarke-Wright [8-12]. Los resultados se ilustran en la tabla 4.

La distancia recorrida con la solución factible calculada por el MCM es de 62, mientras que la distancia de la solución obtenida por un programa de optimización comercial llamado “VRP solver” es de 58.

La solución factible por MCM está a 4.04 desviaciones estándar de la solución promedio por selección al azar, mientras que la solución encontrada por el VRP solver está a 4.28 desviaciones estándar, por lo que es mejor en tan solo el 5.6 %, medido en esas unidades. Esto muestra que la solución factible por MCM para un problema de 16 puntos está cercana a la óptima.

Para estimar el desempeño en problemas de mayor complejidad se aplicó el MCM a un grupo de 100 vértices por visitar seleccionados al azar en un mapa, con coordenadas en unidades arbitrarias. Las coordenadas de los vértices y la ruta que se obtuvo manualmente, como solución factible mediante el MCM, se muestra en la figura 7. Se compara también contra la distancia promedio de seleccionar la secuencia de visitas al azar y contra la solución que aporta el VRP solver; los resultados se presentan también en la tabla 4.

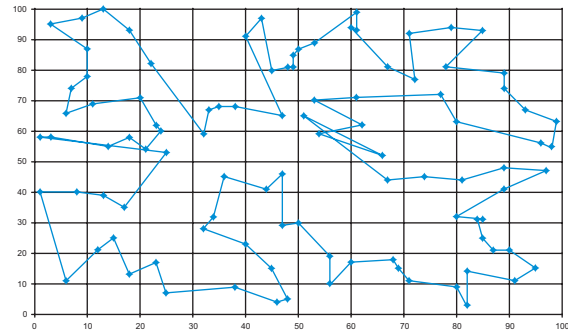


Figura 7. Resultado del Método de Centros de Masa para un Problema de 100 destinos  
Fuente: Elaboración propia.

La distancia que se obtiene con la solución factible por el MCM es de 1134 y la distancia de la solución óptima obtenida por el algoritmo de Clarke-Wright es de 772.94; la solución inicial encontrada por el MCM está a 17.48 desviaciones estándar de la distancia media de las secuencias de visita seleccionadas al azar, y el resultado óptimo aportado por el método de Clarke-Wright está a 19 desviaciones estándar, por lo que es mejor en un 8 % respecto de la calculada con MCM, utilizando esta métrica.

IV. CONCLUSIONES

El algoritmo que se presenta para obtener una solución inicial a problemas de VRP aporta una solución inicial cercana a la solución óptima. La solución inicial que se obtiene por este método podría utilizarse como una “solución aproximada” en ausencia de una herramienta de software para calcular la solución cuasi óptima.

El método MCM en esta etapa es capaz de obtener una solución factible para VRP con base en un conjunto de vértices con coordenadas cartesianas 2D, que pueden corresponder a puntos por visitar en un mapa con coordenadas arbitrarias. Puede manejar el nivel de agregación (resolución) que se necesite, para simplificar los problemas, mediante la sustitución de los vértices de visita por subcuadrantes con un centro de masas. El nivel máximo de resolución se logra cuando cada subcuadrante contiene solo un vértice de visita. Esto es útil si se desea simplificar un problema con muchos vértices y obtener una ruta que toque los centros de masas, los cuales pudieran representar centros de poblaciones pequeñas o puntos de consolidación de productos. Este tipo de métodos simples que no requieren software especializado para aplicarse pueden apoyar la operación de las pequeñas y medianas empresas, pues con frecuencia no cuentan con la capacidad económica para usar software (y personal) especializado y actualizado para resolver problemas de VRP, aunque su actividad cotidiana implique la necesidad de programar rutas de vehículos.

TABLA IV. COMPARACIÓN DEL DESEMPEÑO DE LAS SOLUCIONES FACTIBLES CALCULADAS CON MCM VS. LA SOLUCIÓN QUE APORTA EL SOFTWARE VRP SOLVER

Método para la obtención de la secuencia de visitas	Distancia	Número de vértices
40 secuencias al azar	Media= 128.8 desviación estándar=16.53	16
MCM	62	16
VRP solver	58	16
40 secuencias al azar	Media=5208.9 desviación estándar=233.09	100
MCM	1134	100
VRP solver	772.94	100

Fuente: Elaboración propia.

Queda mucho trabajo futuro para explorar las posibilidades de aplicación del MCM; una parte interesante sería automatizarlo, pues en esta etapa todos los cálculos fueron hechos a mano. También queda pendiente el trabajo de formularlo para una flota heterogénea de vehículos y con una diversidad de depósitos y la formulación matemática para una colección de vértices en cualquier espacio, no necesariamente 2D, con otras métricas para el desempeño. También quedan por hacer las pruebas estadísticas de desempeño para diagnosticar las bondades de usar el MCM como solución factible inicial en el *software* comercial para solución de problemas VRP, para lo cual se necesita automatizarlo.

#### REFERENCIAS

- [1] G. B. Dantzig and J. H. Ramser, "The truck dispatching problem", *Management Science*, Vol 6, pp. 80-91, 1959.
- [2] J.-F. Courdeau, G. Laporte, J.-Y. Potvin, and F. Semet, "A guide to Vehicle Routing Heuristics", *The Journal of the Operational Research Society*, vol. 53, n° 5, pp. 512-522, 2002.
- [3] J.-F. Cordeau, M. Gendreau, and G. A. Laporte, "A tabu search heuristic for the periodic and multi-depot vehicle routing problems", *Networks*, Vol. 30, pp. 105-119, 1997.
- [4] F. Glover, M. Laguna, and R. Martí, "Principles of Scatter Search", *European Journal of Operational Research*, Vol. 169, pp. 359-372, 2006.
- [5] G. W. DePuy, G. E. Whitehouse, R. Moraga, and J. Using, *The Meta-Raps Approach To Solve Combinatorial Problems*. CiteSeerX, 2002.
- [6] L. Rocha, C. González, and J. Orjuela, "Una revisión al estado del arte del problema de ruteo de vehículos: Evolución histórica y métodos de solución", *Ingeniería*, vol. 16, n° 2, pp. 35 - 55, 2011.
- [7] R. Resnick and K. S. Krane, *Physics*. New York: John Wiley & Sons, 2001.
- [8] P. Toth and D. Vigo, "The Vehicle Routing Problem", *Monographs on discrete mathematics and applications*, Philadelphia, USA, Society of Industrial and Applied Mathematics (SIAM), pp. 109-149, 2002.
- [9] M. L. Balinzi and R. E. Quandt, "On an Integer Program for a Delivery Problem", *Operational Research*, vol. 12, n° 2, pp. 300-304, 2002. Mencionado por J. Prawda.
- [10] W. W. Garvin, H. W. Crandall, J.B. John and R. A. Spellman, "Applications of Linear Programming in the Oil Industry", *Management Science*, vol. 3, pp. 407, 1957. Mencionado por J. Prawda.
- [11] G. Laporte, M. Gendreau, and A. Hertz, "An approximation algorithm for the traveling salesman problem with time windows", *Institute for Operation Research and de Management Science - Operations Research*, vol. 45, n° 4, pp. 639-641, 1998.
- [12] C. A. Contardo Vera, "Formulación y solución de un problema de ruteo de vehículos con demanda variable en tiempo real, trasbordos y ventanas de tiempo", memoria para optar al título de ingeniero civil matemático, Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Chile, Santiago de Chile, Chile, 2005.