

Classic and bayesian estimation of Subjective Value of Time

Margareth Gutiérrez-Torres ^a & Víctor Cantillo-Maza ^b

^a Programa de Ingeniería Civil, Universidad de la Costa, Colombia. mgutierr18@cuc.edu.co

^b Programa de Ingeniería Civil y Ambiental, Universidad del Norte, Colombia. vcantill@uninorte.edu.co

Received: November 23th, de 2013. Received in revised form: March 10th, 2014. Accepted: April 28th, 2014

Abstract

In this paper, we estimate different travel time components in an urban transport context in Bogotá, by using discrete choice models. For the analysis, we evaluate two different approaches for model estimation: the maximum likelihood estimation (classical) and the Bayesian estimation, allowing a comparison between both approaches when are used to estimate the subjective value of time (SVT) as the marginal rate of substitution between time and cost. We found that the average SVT when we used the classical estimation is US\$0.14/min; meanwhile, the access time was US\$0.21/min and the penalty for a transfer is US\$0.74. On the other hand, the average values estimated when using Bayesian approach were US\$0.15/min for the SVT in vehicle, US\$0.21/min for the access time and US\$0.83 for the transfer penalty.

Keywords: Mixed logit models, Bayesian models, subjective value of time.

Estimación clásica y bayesiana del Valor Subjetivo del Tiempo

Resumen

En este artículo, se realizan estimaciones del valor de las distintas componentes del tiempo de viaje en el contexto del transporte urbano en Bogotá utilizando modelos de elección discreta. En el análisis, se evalúan dos enfoques: estimación por máxima verosimilitud y técnicas bayesianas, permitiendo una comparación en la estimación del valor subjetivo del tiempo (VST) como la tasa marginal de sustitución entre el tiempo y el costo. Se encontró que el VST del tiempo de viaje para la estimación clásica fue en promedio de US\$0,14/min, del tiempo de acceso de US\$0,21/min y por último la penalidad por transbordo del orden de US\$0,74. Por otro lado, los valores promedio estimados con la modelación Bayesiana son de US\$0,15/min para el tiempo de viaje, el tiempo de acceso US\$0,21/min y de US\$0,83 la penalidad por el transbordo.

Palabras clave: Modelos logit mixto, Estimación bayesiana, Valor subjetivo del tiempo.

1. Introducción

La estimación económica de los ahorros en tiempos de viaje es un concepto que se ha desarrollado extensamente en el campo de la modelación de transporte, relevante para la evaluación de proyectos de este mismo tipo. Se han propuesto diferentes métodos para su estimación, siendo los más usados las obtenidas de modelos de elección discreta utilizando información de encuestas de preferencias declaradas (PD) y de preferencias reveladas (PR).

Desde los inicios de estos modelos a mediados de los años 60s hasta hoy se ha recorrido un largo camino para su estimación. Ese es el caso de los modelos logit mixto (ML) [1] que permiten mayor flexibilidad en comparación con el tradicional logit multinomial. La estimación de los ML por medio de máxima verosimilitud ha sido tema de estudio y

discusión por la necesidad de contar con técnicas computacionales robustas capaces de hacer un gran número de cálculos. Diferentes autores [2-6] han desarrollado nuevas técnicas para estimar modelos ML destacando la estimación de parámetros individuales por medio de técnicas bayesianas.

En este artículo, mediante el uso de modelos de elección discreta, se realizan estimaciones del valor de las distintas componentes del tiempo de viaje; como son, tiempo de viaje en vehículo, tiempo de espera y tiempo de caminata, en el contexto del transporte urbano de la ciudad de Bogotá, involucrando además variables socioeconómicas. En éste análisis se utilizan dos enfoques: la estimación clásica por máxima verosimilitud simulada y la estimación bayesiana, teniendo esta última la ventaja de permitir estimar parámetros individuales.

Fueron empleados datos derivados de un experimento de preferencia declaradas aplicando a poseedores de vehículo privado con el fin de estudiar la transferencia modal [7] ante

una nueva alternativa aún no implementada como es el metro y el Sistema Integrado de Transporte Público SITP.

El resto del artículo está organizado de la siguiente manera. El capítulo 2 presenta la base microeconómica y la formulación econométrica de los modelos de elección discreta. El capítulo 3 muestra el diseño del experimento y el análisis de los datos obtenidos del mismo, y el capítulo 4 resume la formulación y evaluación de modelos. Finalmente, el capítulo 5 concluye la investigación con las nuevas evidencias encontradas del tema estudiado.

2. Marco Conceptual Econométrico

2.1. Modelos de elección discreta

Los modelos de elección discreta tienen su soporte en la Teoría de la Utilidad Aleatoria (TUA) [8,9] donde se postula que el individuo n enfrenta un conjunto de alternativas J y asocia a cada alternativa i una utilidad de tipo probabilística U_{in} , eligiendo aquella alternativa que maximiza su utilidad. Cada alternativa i tiene asociada una utilidad U_{in} para el individuo n , y se supone que se puede representar por dos componentes:

$$U_{in} = V_{in} + \varepsilon_{in} \quad (1)$$

La componente sistemática o representativa V_{in} , frecuentemente especificada lineal en los parámetros $V_{in} = \beta_i X_{in}$, es función de los atributos medidos u observados X_{in} y de un vector de parámetros a estimar β_i . La componente aleatoria ε_{in} , refleja la idiosincrasia y los gustos particulares de cada individuo, además de errores de medición y observación u omisiones por parte del modelador.

Los residuos ε_{in} son variables aleatorias con media cero. Se tienen distintos modelos probabilísticos dependiendo de la distribución estadística que se considere. En la mayoría de las aplicaciones, las distribuciones usadas han sido las de Valor Extremo Generalizados que dan lugar a los modelos de tipo logit, y la distribución Normal, que da lugar a los modelos de tipo Probit [1].

Es posible considerar la heterogeneidad aleatoria especificando modelos ML de parámetros aleatorios [1], lo cual implica estimar la media y varianza del parámetro, donde ésta última indica la presencia de preferencias heterogéneas en la población muestreada, conocida como heterogeneidad no demostrada [2]. La utilidad de la alternativa i para el individuo n es:

$$U_{in} = \beta_n X_{in} + \varepsilon_{in} = (\beta + \mu_n) X_{in} + \varepsilon_{in} \quad (2)$$

Donde β_n es un vector de coeficientes no observados para cada individuo n que varía aleatoriamente de acuerdo a sus gustos y puede expresarse como la suma de la media poblacional β y las desviaciones individuales con respecto a los gustos promedio de la población μ_n . Para la estimación de modelos tipo logit mixto se han desarrollado varios procedimientos, siendo el más conocido el método de máxima verosimilitud simulada o “estimación clásica”, y la estimación utilizando técnicas bayesianas.

2.1.1. Estimación Clásica

Para estimar los modelos ML, el procedimiento clásico emplea el método de máxima verosimilitud simulada [1]. La utilidad de la alternativa i en la observación t del individuo n está definida por la expresión $U_{int} = \beta_n X_{int} + \varepsilon_{in}$, donde los coeficientes β_n siguen una distribución en la población, con media \mathbf{b} y matriz de covarianza \mathbf{W} .

Los coeficientes pueden tener diferentes tipos de distribución, siendo las más utilizadas la normal, lognormal, triangular y uniforme. Sin embargo, el uso de distribuciones diferentes de la normal para modelos mixtos, pueden tener dificultades al momento de localizar el máximo en la función de verosimilitud, prefiriéndose la función normal, donde no sucede lo antes descrito [10]. En la estimación clásica los parámetros \mathbf{b} y \mathbf{W} se consideran fijos, y representan los valores verdaderos de la media y la covarianza de los coeficientes β_n . El modelador especifica una distribución para los coeficientes y estima los parámetros de la distribución [1]. Las probabilidades de elección serán no condicional:

$$P_{in} = \int L_{in}(\beta) f(\beta) d\beta \quad (3)$$

Donde la probabilidad condicional viene dada por:

$$L_{in}(\beta_n) = \frac{e^{\mu \beta_n X_{in}}}{\sum_{i=1}^J e^{\mu \beta_n X_{in}}} \quad (4)$$

Para fines de normalización el factor de escala μ se asume igual a uno. Resolver la integral multidimensional (3) es complejo, por lo cual su cálculo se aproxima por medio de simulación [1]. De ésta manera, para cualquier valor de \mathbf{b} y \mathbf{W} dado, el proceso es como sigue:

1. Extraer un valor a β de la función $f(\beta)$ y denotarlo como β^r con el superíndice $r=1$ refiriéndose a la primera iteración.
2. Calcular la probabilidad Logit $L_{in}(\beta^r)$ con esta primera extracción.
3. Repetir los pasos 1 y 2 R veces y promediar los resultados. Este promedio es la probabilidad simulada:

$$\bar{P}_{in} = \frac{1}{R} \sum_{r=1}^R L_{in}(\beta^r) \quad (5)$$

Puede demostrarse que \bar{P}_{in} es un estimador insesgado de P_{in} por construcción, estrictamente positivo. Por lo tanto es posible definir el logaritmo natural de este estimador con el cual se aproxima la función de verosimilitud. La probabilidad simulada se inserta en la función de verosimilitud para obtener la verosimilitud simulada:

$$SLL = \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^J d_{in} \ln \bar{P}_{in} \quad (6)$$

Donde d_{in} es igual a uno si el individuo n escoge i y cero en otro caso. El estimador de máxima verosimilitud simulada es el valor de \mathbf{b} que maximiza SLL. Esta especificación simple trata los coeficientes que entran a la utilidad como variantes en la población pero constante en alguna situación de elección para cada individuo. Por lo tanto, en el caso de datos de panel (observaciones repetidas de un individuo) la simulación varía como se describe a continuación.

La utilidad de la alternativa i en un caso de elección t por una persona n viene dada por $U_{int} = \beta_n X_{int} + \varepsilon_{int}$ y ε_{int} siendo un término aleatorio que es iid valor extremo en el tiempo, en los individuos y en las alternativas.

Al considerar una secuencia de elecciones, $i = \{i_1, \dots, i_T\}$. La probabilidad condicional de observar que el individuo n la secuencia de elección, dado valores fijos de los parámetros del modelo β_n , está dado por la ecuación 7.

$$L_{in}(\beta) = \prod_{t=1}^T \left[\frac{e^{\mu \beta_n X_{int}}}{\sum_{i=1}^J e^{\mu \beta_n X_{int}}} \right] \quad (7)$$

La probabilidad de elección no condicional de β se simula de forma similar que la probabilidad con un solo periodo. Se extraen valores de β en su distribución, luego se calcula la función logit de cada periodo, construyendo la función de verosimilitud manteniendo los mismos valores en cada extracción para las observaciones de un mismo individuo. Este proceso se repite para R extracciones, y se promedia el resultado. Para incrementar la precisión en la estimación se pueden usar secuencias de baja discrepancia, siendo las más utilizadas en este campo la secuencia de Sobol y la secuencia de Halton [11, 4].

2.1.2. Estimación Bayesiana

La utilización de técnicas Bayesianas en la estimación de modelos logit mixtos está siendo ampliamente utilizada desde la introducción de este concepto [12]. Para el caso de coeficientes que distribuyen normal, puede estimarse los parámetros de estos modelos sin necesidad de calcular sus probabilidades de elección [1]. Un aporte adicional que entregan las técnicas Bayesianas es su utilización para realizar estimaciones de parámetros individuales, que en los casos de cálculo de valores subjetivos del tiempo (VST) permiten realizar estimaciones para cada individuo observado.

El procedimiento de máxima verosimilitud clásico presenta dos dificultades principales en su estimación, que con las técnicas Bayesianas pueden evitarse. En primer lugar, los procedimientos Bayesianos no requieren maximización de ninguna función, ya que en casos de modelos logit mixtos o probit, especialmente aquellos con distribuciones lognormales, pueden ser numéricamente difíciles de estimar. Además, propiedades deseadas de los estimadores como consistencia y eficiencia se obtienen más fácilmente con técnicas Bayesianas que con la estimación clásica [1].

Para la estimación de los modelos logit mixtos, las técnicas bayesianas han empezado a utilizarse ampliamente [1,3,13]. En este caso se mostrará la aproximación desarrollada por Allenby [12], implementado por Sawtooth Software [14], y generalizado por Train [1].

Para una muestra de N individuos, donde β_n distribuye normal en la población con media \mathbf{b} y covarianza \mathbf{W} , parámetros que son considerados estocásticos para el modelador [10], la probabilidad de que el individuo n observe la secuencia de elecciones y_n , condicionadas a β está dada por:

$$L(y_n/\beta) = \prod_t \left[\frac{e^{\beta_n X_{nynt}}}{\sum_{i=1}^J e^{\beta_n X_{nynt}}} \right] \quad (8)$$

La probabilidad no condicional es la integral $L(y_n/\beta)$ sobre todos los valores de β :

$$L(y_n/\mathbf{b}, \mathbf{W}) = \int L(y_n/\beta) f(\beta/\mathbf{b}, \mathbf{W}) d\beta \quad (9)$$

Por otro lado, para el caso bayesiano el modelador tiene una función $k(\mathbf{b}, \mathbf{W})$ a priori, en la cual tiene una idea de los valores de \mathbf{b} y \mathbf{W} , posiblemente por anteriores estudios o un análisis lógico de la situación. Dicha función está combinada con la función de verosimilitud de los datos para dar como resultado la distribución posterior $K(\mathbf{b}, \mathbf{W})$. La distribución posterior de \mathbf{b} y \mathbf{W} es, por definición proporcional a la función de verosimilitud y a la función a priori:

$$K(\mathbf{b}, \mathbf{W}|\mathbf{Y}) \propto \prod_n L(y_n|\mathbf{b}, \mathbf{W}) k(\mathbf{b}, \mathbf{W}) \quad (10)$$

Es posible iterar directamente con el algoritmo de Metropolis-Hastings (MH), el cual sería computacionalmente muy lento. Sin embargo, la probabilidad de elección $L(y_n|\mathbf{b}, \mathbf{W})$ es una integral no cerrada y puede ser aproximada por simulación, cada iteración MH requerirá simular $L(y_n|\mathbf{b}, \mathbf{W})$ para cada individuo. Las iteraciones pueden ser más fáciles y rápidas si cada β_n se considera un parámetro a través de \mathbf{b} y \mathbf{W} .

Train [1] discute como las medias posteriores de la estimación Bayesiana pueden ser analizadas desde una perspectiva clásica. Esto gracias al teorema de Bernstein-von Mises, según el cual, asintóticamente, la distribución posterior de un estimador bayesiano converge a una distribución Normal, que es la misma distribución asintótica del estimador de máxima verosimilitud. Esto significa que el análisis estadístico clásico (por ejemplo, la construcción de los test estadísticos t para analizar la significancia de los parámetros) puede ser desarrollado por estimadores bayesianos sin comprometer la interpretación de los resultados. El mismo autor [10] compara ambas metodologías de estimación, incorporando funciones triangulares, concluyendo que no aconseja para estimaciones bayesianas usar funciones diferentes a la normal por su lentitud al estimar la función posterior [15].

2.2. Modelos de elección discreta

Una de las aplicaciones de los modelos de elección discreta que se derivan de la teoría de la utilidad aleatoria es el permitir la valoración de atributos que no son transables en el mercado. Es el caso del valor subjetivo del tiempo de viaje (VST), y otros como el tiempo de acceso y la penalidad del transbordo, obtenidos como la tasa marginal de sustitución entre el atributo que se desea valorar y el costo. El VST se estima como la tasa marginal de sustitución entre el tiempo de viaje y el costo de viaje a partir de las funciones de utilidad calibradas.

Es importante recordar que el valor del tiempo se deriva de los estudios basados en la teoría microeconómica del comportamiento del consumidor, el cual enfrenta un problema de optimización que puede resumirse como maximizar la función de utilidad sujeto restricciones de tiempo e ingreso:

$$\begin{aligned} \max_i (\max_x U(X, q_i, t_v, t_x) / i \in J) \\ \text{s. a. } \sum_k P_k X_k + C_i = I \\ t_v + \sum_\tau t_\tau = T \end{aligned} \quad (11)$$

donde P_k y X_k son el precio y la cantidad del bien k , C_i es el costo de usar el modo o alternativa i , I representa el ingreso y J es el conjunto de alternativas disponibles. A su vez, t_v es el tiempo de viaje, t_x es el tiempo se emplea en las demás actividades y t_τ son los distintos usos τ que los individuos le dan al tiempo si eligen la alternativa i . Aquí se tienen dos restricciones: la primera es de presupuesto y la segunda de tiempo, en el sentido que el tiempo disponible para realizar las actividades y para viajar no puede exceder cierto valor (por ejemplo, en un día las actividades no pueden exceder 24 horas).

El VST es, en términos microeconómicos, un mecanismo a través del cual se intenta captar el equivalente monetario (disposición a pagar) de la disminución, en una unidad, del tiempo necesario para realizar una actividad. Cuando esta equivalencia captura la percepción individual, se habla del valor subjetivo del tiempo. “Si se nos pidiese una explicación intuitiva acerca de por qué preferiríamos, como parte de un esquema normal de actividades, demorarnos menos en el viaje diario a o desde el trabajo, probablemente llegaríamos a una conclusión que no por trivial deja de ser relevante: un viaje más breve podría permitirnos dormir más, desayunar más relajados, leer el diario, conversar con la familia, o trabajar más, entre otras posibilidades. En todos los casos se trata de sustituir parte de una actividad como el viaje por otra más placentera o útil” [16].

Beesley [15] sugirió una metodología para medir el valor del tiempo de viaje, la cual se enfoca en las condiciones para una medida exitosa [16] donde se explica que existen tres aspectos de valoración del tiempo que pueden tener gran impacto en el VST cuando se utilizan modelos de elección discreta, a saber: la heterogeneidad y no linealidad del tiempo, la estrategia de diseño para experimentos de preferencia declarada y la exploración de estructuras de covarianza del error de las alternativas en los

modelos de elección discreta. Con respecto al tema del diseño de experimentos, afirma que el VST estimado es sensible al número de alternativas por escenario, al número de escenarios presentados y al rango y niveles de los atributos tiempo y costo.

Tradicionalmente, los valores subjetivos de los ahorros de tiempo de viaje se han obtenido a partir de modelos que imponen la homogeneidad de los gustos y que permiten derivar un valor único de las disposiciones a pagar para un individuo medio ficticio. Este es el caso de los modelos en los que se especifica una función indirecta de utilidad lineal y con parámetros genéricos (MNL), la expresión del VST para un individuo n será el cociente entre el parámetro del tiempo y el del costo:

$$VST = \frac{\partial V_{in} / \partial t_{in}}{\partial V_{in} / \partial c_{in}} = \frac{\beta_{in}}{\beta_{cn}} \quad (12)$$

La disposición a pagar puede diferir entre personas según sus preferencias y a sus características socioeconómicas. A pesar de que modelos más flexibles como el ML de parámetros aleatorios permiten captar la existencia de variación en los gustos en la población, las implicaciones de su utilización a la hora de derivar VST no están del todo claras, siendo la evidencia empírica al respecto poco concluyente. En este sentido, los estudios realizados hasta el momento muestran que los modelos que imponen la homogeneidad de las preferencias en una población que presenta variación en los gustos pueden conducir tanto a sobrestimar como a subestimar los parámetros.

Aunque el tema de calcular distribuciones de los parámetros individuales para cada atributo presenta un gran reto para el modelador, se hace más interesante cuando este análisis se centra en el cálculo de las disposiciones a pagar. Cuando se tienen parámetros fijos, este cálculo se resume al presentado en la expresión anterior. Entretanto, cuando se tratan factores aleatorios, como es el caso de los hallados en los modelos ML, esto es un reto. Existen dos enfoques básicos para abordar este tema: usar toda la información que se tiene de la distribución o simplemente emplear la media y desviación estándar de la misma. El segundo enfoque, por técnicas bayesianas, es el menos empleado por su complejidad, aunque el más rico en información desagregada, por otro lado, la estimación de ML por máxima verosimilitud es el tradicional donde únicamente se tiene disponible la información a nivel poblacional (media y varianza de la distribución).

3. Experimento de Preferencias Declaradas

Un experimento de preferencias declaradas (PD) fue realizado en Bogotá con el fin de analizar la elección modal ante la introducción del metro y el Sistema Integrado de Transporte Público (SITP). La población objetivo está constituida por los potenciales usuarios del sistema metro en el marco de un Sistema Integrado de Transporte Público, enfatizando en los poseedores de vehículos incluyéndose también la alternativa taxi. En el experimento de PD los

individuos se enfrentaban a escenarios hipotéticos de elección para viajes en hora punta de la mañana con motivo estudio o trabajo, resultantes de un diseño experimental.

El instrumento aplicado incluye tres partes. La primera hace referencia a información socioeconómica del encuestado, destacando ocupación, estrato socioeconómico, vehículos en el hogar, género, edad y estructura del hogar. La segunda, es una encuesta en la cual se pregunta sobre el último viaje realizado, incluyendo información sobre el motivo, hora, frecuencia, tanto para el modo escogido como para los modos alternativos, costos, tiempos de viaje, tiempos de acceso y transbordos, esta segunda parte es usada con el fin de conocer los valores actuales de los encuestados y acercar más a la realidad el experimento PD. Finalmente, la encuesta de preferencias declarada donde se presentan al individuo situaciones hipotéticas donde debe elegir entre dos modos: su modo actual el transporte privado y el metro como nuevo modo.

Las variables consideradas en el estudio fueron: la tarifa definida como el costo del pasaje en transporte público, y en caso de automóvil el costo del estacionamiento más un costo de operación representativo a la distancia recorrida. La segunda variable el tiempo de viaje en vehículo, al igual que el tiempo de acceso (como la suma del tiempo de caminata asociado y el tiempo de espera) y finalmente el número de transbordo.

Para el diseño, los atributos tarifa y tiempo de viaje fueron tratados en tres niveles de variación tomando un valor nominal referencial de acuerdo con los valores actuales. Para el atributo tiempo de acceso se consideró dos niveles. En el caso de transbordo se trabajó con dos niveles (0 y 1 transbordo) para viajes cortos, definidos como aquellos que son menores de 30 minutos; y tres niveles (0, 1 y 2 transbordos) para viajes largos entendidos como aquellos mayores de 30 minutos).

Para definir los conjuntos de elecciones se procuró balances de utilidades sugeridos por Huber y Zwerina [17]. Se evaluaron distintas alternativas de grupos de elección y combinación de niveles en los atributos para generar las diferentes encuestas, una para viajes cortos, otra para viajes largos y, dependiendo de si tienen o no disponible su vehículo particular en ese día, se confronta con el auto o con el taxi. La construcción de los diseños implicó utilizar intercambio de niveles (swapping) y reetiquetamiento (relabelling) [17 – 19].

Las alternativas consideradas fueron cuatro, las cuales están enumeradas dentro de los modelos de la siguiente manera: 1 auto, 2 metro, 3 taxi y 4 SITP. Luego de excluir los individuos lexicográficos, con respuestas inconsistentes o caracterizados por patrones de comportamiento no compensatorios [21], finalmente se tuvo una muestra de 432 individuos, cada uno de los cuales fue enfrentado a 9 situaciones de elección, lo que resultó en 3.888 pseudo-individuos.

4. Estimación y comparación de modelos

Durante el proceso de formulación y estimación de los modelos, se propusieron diferentes especificaciones de las funciones de utilidad. Finalmente se eligieron los modelos que presentaban mayor consistencia microeconómica y estadística. Las variables consideradas son:

ASC_i : Constante específica del modo i , $i=1,2,3,4$ para modos auto, metro, taxi y SITP, respectivamente.

T_{in} : Tiempo de viaje del modo i (min)

Acc_{in} : Tiempo de acceso del modo i (min)

$Trans_{in}$: Número de transbordos.

C_{in} : Costo del modo i (\$)

$SexoMasculino$: Variable que identifica género del individuo, toma valor 1 hombre y 0 mujer.

η_{iT} : Desviación estándar del parámetro del tiempo de viaje, que se ha supuesto distribuye normal.

η_{iTAcc} : Desviación estándar para el tiempo de acceso, que sigue distribución normal.

La forma como las variables afectan la función de utilidad dependerá de un análisis previo que define de qué forma ellas afectan la función de utilidad (signo). Las variables tiempo de viaje, tiempo de espera, costo y transbordo, causan desutilidad para el individuo [1], luego se espera tengan signo negativo. Entretanto, el número de autos en el hogar afecta positivamente la utilidad del individuo. Sobre la variable sexo no se conoce a priori su efecto marginal.

En la Tabla 1 se presentan los resultados de cada uno de los parámetros para las distintas variables y, entre paréntesis el estadístico t , para los mejores modelos estimados por los métodos clásico y bayesiano. En todos los casos se aprecia que los signos son consistentes y los parámetros son significativamente distintos de cero al 95% de confianza ($t > 1,96$), a excepción del parámetro asociado a la constante específica del modo taxi, el cual es muy poco significativo.

Tabla 1.
Modelos de Elección

Parámetros	Clásico	Bayesiano
ASC2	-1,04 (-5,05)	-1,83 (-9,77)
ASC3	0,0474 (0,21)	-0,045 (-2,35)
ASC4	-5,88 (-10,13)	-2,47 (-8,54)
β_T (Tiempo de viaje) (1,2,3,4)	-0,0945 (-12,80)	-0,1248 (-17,32)
β_C (Costo) (1,2,3,4)	-0,000364 (-9,67)	-0,00044 (-11,25)
β_{TACC} (Tiempo de Acceso) (1,2,3,4)	-0,152 (-10,38)	-0,1743 (-14,57)
β_{TRANS} (Transbordo – TP) (2,4)	-0,509 (-6,19)	-0,684 (-8,26)
β_{NO_A} (Número de autos) (1)	0,495 (4,76)	0,3156 (3,72)
β_{SEX} (Sexo – TP) (2,4)	0,505 (3,99)	0,585 (5,33)
η_{iT}	0,00625 (5,08)	0,06081 (9,01)
η_{iTAcc}	0,0314 (5,64)	0,0739 (5,62)
No de individuos	432	432
Logverosimilitud $L(\theta)$	-2062,37	-1999,03
Rho cuadrado	0,223	0,247
Media VST Viaje	COP\$258/min USD\$0,13/min	COP\$282/min USD\$0,15/min
Media VST Acceso	COP\$417/min USD\$0,22/min	COP\$395/min USD\$0,21/min
Penalidad por Transbordo	COP\$1.398 USD\$0,74	COP\$1.554 USD\$0,83

Fuente: Los autores.

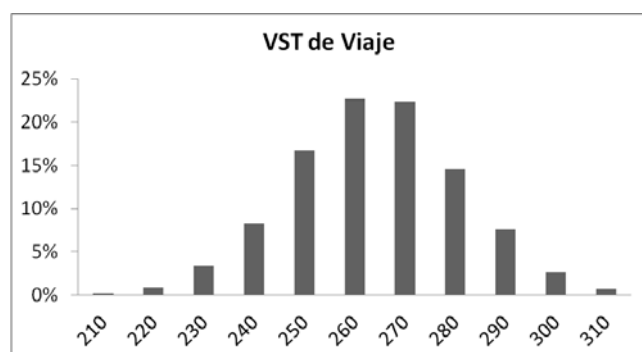


Figura 1. Distribución del VST. Estimación clásica.
Fuente: Los autores.

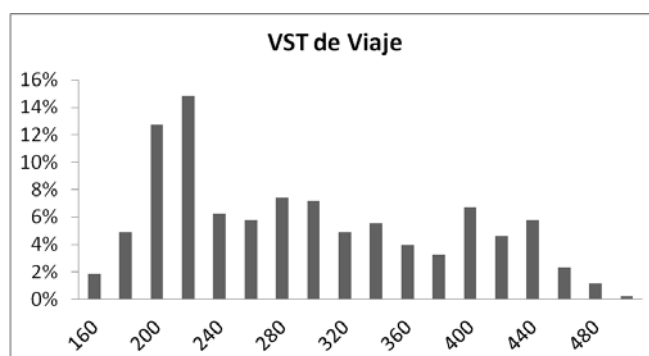


Figura 3. Distribución del VST. Estimación bayesiana
Fuente: Los autores.

La estimación de la tasa marginal de sustitución de los modelos ML mediante la estimación clásica implica obtener las distribuciones de los parámetros mediante simulación. Así se tienen diferentes valores para el tiempo de viaje y el tiempo de acceso, de acuerdo con la media y la desviación estándar de los parámetros. Puede notarse que el modelo bayesiano presenta mejor ajuste estadístico, considerando su mayor logverosimilitud.

Las tasas marginales de sustitución para el modelo bayesiano se estimaron como un promedio de los valores individuales, con el fin de comparar, tal como se muestra en la Tabla 1. Se presentan los valores en pesos colombianos (COP\$) y su equivalente en dólares americanos (USD\$). Nótese que los parámetros estimados para los tiempos y el costo con los modelos bayesianos son un poco mayores en comparación con el modelo clásico. Sin embargo, el momento de estimar las tasas marginales de sustitución, estos valores son similares en los dos casos, presentando pequeñas diferencias entre los dos enfoques.

El VST como era de esperarse es menor que el VST de acceso, teniendo en cuenta, que los usuarios penalizan más un minuto de espera que un minuto dentro del vehículo. Por otra parte, el transbordo es penalizado cerca de tres veces más que el acceso.

En la Fig. 1 y la Fig. 2 se muestra la distribución del VST de viaje y de acceso (VSTA), respectivamente obtenidas del modelo estimado por máxima verosimilitud. Los datos siguen una distribución normal, en correspondencia con la especificación de la distribución del parámetro. Por otro lado, de la estimación bayesiana se dispone los VST para

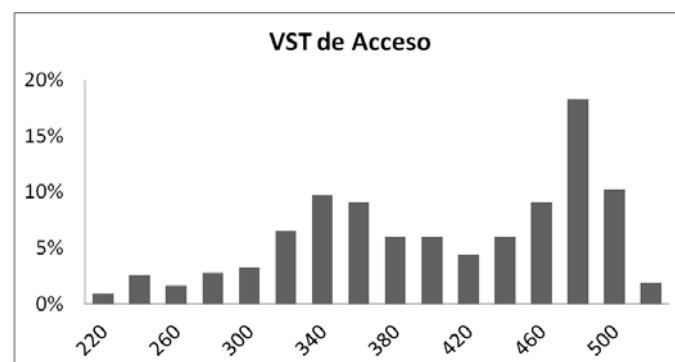


Figura 4. Distribución del VSTA. Estimación bayesiana
Fuente: Los autores.

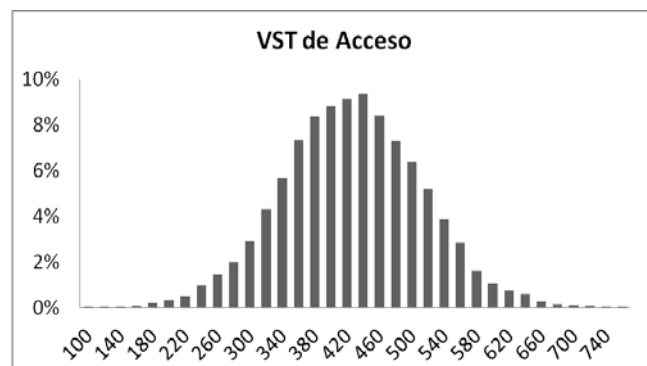


Figura 2. Distribución del VSTA. Estimación clásica
Fuente: Los autores.

Tabla 2.
Elasticidades directas

Modo	Elasticidad/Tiempo	Elasticidad/Costo
Auto	-0,7573	-0,4229
Metro	-1,1371	-0,4008
Taxi	-0,4025	-0,3287
SITP	-0,0982	-0,359

Fuente: Los autores.

cada uno de los individuos, sin embargo, en la Fig. 3 y Fig. 4 se presenta en forma de distribución con el fin de ser comparables con la obtenida con el método clásico.

La tasa marginal de sustitución para el tiempo de acceso es valorado mayor que para el tiempo de viaje, pudiendo en algunos casos llegar a duplicar el valor.

Los resultados indican que en general los individuos penalizan más fuertemente el tiempo de acceso, considerado ocioso, que el tiempo gastado en el vehículo.

Un resultado importante de resaltar son las elasticidades respecto al tiempo y al costo, estimadas con el modelo bayesiano por tener el mejor ajuste y contar con información desagregada a nivel individual. Según los valores de elasticidades directas mostrados en la Tabla 2, los valores de elasticidad respecto del tiempo y del costo en la mayoría de los casos son inferiores a uno.

Los usuarios mas inelásticos respecto del tiempo son los del SITP lo se explica por la mayor cautividad hacia ese modo. A su vez, comparando para cada uno de los modos disponibles, el metro es el modo más elástico al tiempo de viaje, atributo hacia

el cual se tiene mayor sensibilidad. Es relevante notar la elasticidad del auto respecto del costo (-0,42), considerando que políticas como la tarificación vial generarán un desplazamiento hacia otros modos. Estos resultados son interesantes de resaltar, debido a que la mayor elasticidad se presenta con el tiempo y no con el costo para los usuarios de auto, consecuente con el hecho de que las encuestas fueron aplicadas a personas que en su mayoría trabajan y de estratos medio a alto, que tenderían a valorar más un cambio en el tiempo que en el costo. Por tanto, inversiones en ampliación de vías, aumentando la velocidad para los autos, tendrán un significativo efecto en el incremento del uso del transporte privado.

5. Conclusiones

A través de la investigación se han estimado modelos de elección discreta tipo logit mixto de parámetros aleatorios, utilizando el método clásico de máxima verosimilitud y técnicas bayesianas, de los cuales se derivaron valoraciones del tiempo de viaje y penalidad por transbordo. Los modelos fueron estimados utilizando datos reales resultados de la aplicación de encuestas PD en la ciudad de Bogotá a usuarios de transporte privado. En la encuesta se pretendía analizar los cambios en la partición modal que pudiese ocurrir ante la introducción de un nuevo modo de transporte, específicamente el metro y el sistema integrado de transporte público.

Los parámetros estimados con las técnicas bayesianas son ligeramente mayores que con máxima verosimilitud, situación que se explica por su menor varianza. De hecho, estudios recientes demuestran que la técnica bayesiana al incorporar la estimación de parámetros individuales reduce la varianza del error permitiendo que estos valores medios sean más cercanos a los verdaderos.

En ambos modelos la elasticidad con respecto del tiempo es mayor que respecto al costo, teniendo en cuenta la naturaleza de los encuestados, poseedores de vehículo particular. En general, la elasticidad del costo está en el rango -0,36 a -0,42, y la del tiempo de -1.13 a -0,09. Se observó, además, que hay importantes diferencias en las elasticidades entre modos, siendo más inelástica ante el precio y el tiempo de viaje la demanda del transporte público y más elástica al tiempo de viaje el metro.

Los valores promedio tanto del valor subjetivo del tiempo de viaje como el del tiempo de acceso calculado de los dos modelos resultaron similares. En promedio el VST es de COP\$258/min en el modelo clásico y COP\$282/min en el modelo bayesiano. La penalidad del VSTA fue notoriamente mayor, resultando de \$417/min en el modelo clásico y \$395/min en el bayesiano. Donde sí se aprecia una importante diferencia es en la estimación de la penalidad por transbordo, que resultó de COP\$1.398 para el modelo clásico, en tanto que en el bayesiano es COP\$1.554. Los altos valores de la penalidad por transbordo son un factor que se debe considerar en el diseño del SITP, que incrementará significativamente el número de transferencias, lo cual afectará la demanda por el transporte público.

La distribución de los valores del tiempo de viaje y del tiempo de acceso obtenidos a partir de los parámetros individuales del modelo bayesiano siguen tendencias diferentes. En tanto que para el VST hay una simetría



1		TARIFA	TIEMPO	ACCESO	TRANSBORDOS
		\$ 1.500,00	10 MIN	10 MIN	0
1		COSTO	TIEMPO	ACCESO	
		\$ 3.000,00	10 MIN	5 MIN	

Figura A1. Opciones de elección para viajes cortos, usuarios de automóvil.
Fuente: Los autores.



1		TARIFA	TIEMPO	ACCESO	TRANSBORDOS
		\$ 1.500,00	20 MIN	10 MIN	0
1		TARIFA	TIEMPO	ACCESO	
		\$ 6.000,00	30 MIN	5 MIN	

Figura A2. Opciones de elección para viajes cortos, usuarios de taxi.
Fuente: Los autores.

hacia la izquierda de la distribución, para el VSTA la asimetría es hacia valores más altos de la distribución. Para modelos usados en predicción, los autores recomiendan el uso de VST estimados por la metodología bayesiana, teniendo en cuenta que al reconocer individuos que tengan valoraciones del tiempo significativamente diferentes al promedio de la población, es posible plantear políticas específicas para esos individuos, como es el caso de subsidiar.

Futuras investigaciones sobre la estimación del VST permitirán verificar la evolución de las percepciones en el individuo, involucrando variables latentes, que también pueden ser estimados utilizando los dos procedimientos aquí analizados. Además, comparar los resultados que aquí se obtuvieron considerando otros contextos de aplicación de los modelos de elección discreta. Resulta igualmente interesante realizar estimaciones del valor del tiempo para el transporte de carga y comparar resultados utilizando el procedimiento clásico y el bayesiano.

Apéndice

En la Fig. A1, se muestra una situación de elección presentada a individuos que realizaban viajes cortos (de menos de 30 minutos) a usuarios de vehículo particular mientras que la Fig. A2, presenta una situación para viajes largos (más de 30 minutos) para usuarios de taxi.

Por otra parte, un análisis estadístico de la muestra, se muestra en la Fig. A3. La población se encuentra distribuida de la siguiente manera los estratos socioeconómicos 1 y 2 (más bajos) representan el 20% de la muestra, mientras que el estrato 3 (medio bajo) el 21,33%, el estrato 4 (medio) el 16,27%, el estrato 5 (medio alto) el 16,53% y el estrato 6 (alto) el 5,87%.

Referente a la motorización, la Fig. A4 indica que el 62% de los entrevistados posee un vehículo, el 30% dos vehículos y un 8% posee tres o más autos en su hogar. Como era de esperar, la mayor parte de estos últimos corresponde a los estratos 5 y 6; esto es, los de mayores ingresos.

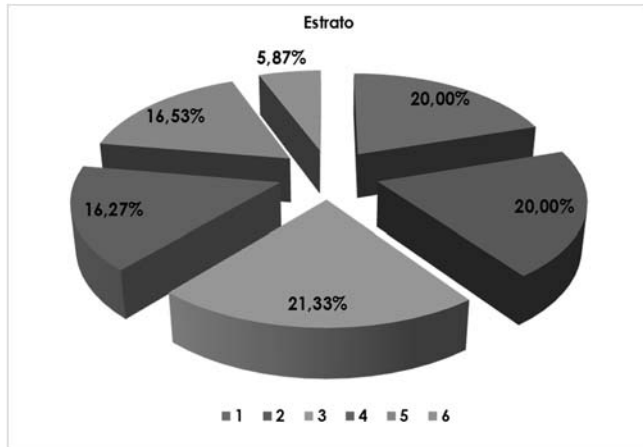


Figura A3. Entrevistados según estratos socioeconómico
Fuente: Los autores.

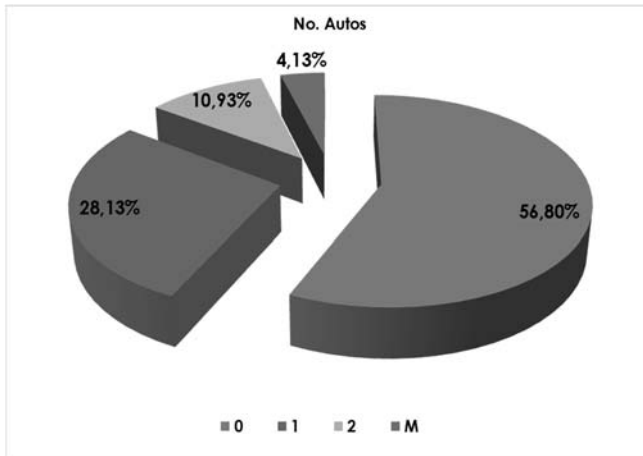


Figura A4. Motorización de la muestra
Fuente: Los autores.

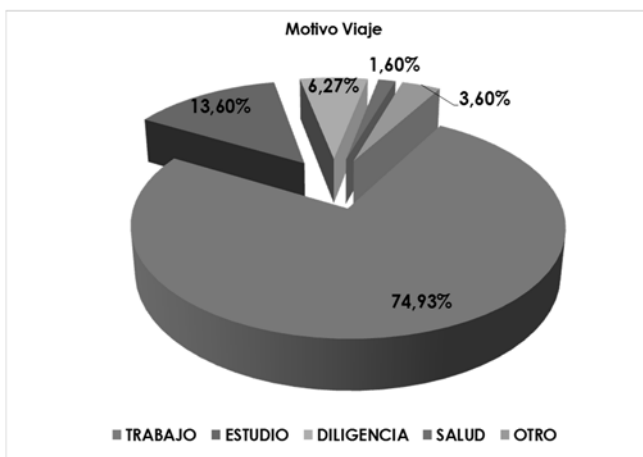


Figura A5. Motivo de Viaje de Usuarios Encuestados
Fuente: Los autores.

En la Fig. A5, se puede apreciar la distribución en la muestra según el motivo de viaje el cual en su mayoría es motivo trabajo en un 75%.

Agradecimientos:

Los autores desean agradecer al Departamento Administrativo de Ciencia, Tecnología e Innovación COLCIENCIAS y al Ministerio de Transporte de Colombia por haber financiado parcialmente la investigación que originó este artículo, a través del contrato RC- No 0791-2013.

Referencias

- [1] Train, K., Discrete choice methods with simulation. Cambridge University Press, Cambridge, 2009.
- [2] Hensher, D. and Greene, W., The mixed logit model: The state of practice. *Transportation*, 30, pp. 133-176, 2003.
- [3] Sillano, M. and Ortúzar, J., Willingness-to-pay estimation with mixed logit models: some new evidence. *Environment and Planning A*, 37, pp. 525-550, 2005.
- [4] Bliemer, M., Rose, J. and Hess, S., Approximation of bayesian efficiency in experimental choice designs. *Institute of Transport and Logistics Studies*, 2006.
- [5] Cherchi, E. and Ortúzar, J., Empirical identification in the mixed logitmodel: Analysing the effect of data richness, *Networks and Spatial Economics*, 8, pp. 109-124, 2008.
- [6] Ortúzar, J., Estimating individual preferences with flexible discrete-choice-models. *Food Quality and Preference*, 21, pp. 262-269, 2010.
- [7] Moreno, D., Sarmiento, I. and Gonzalez, C., Políticas para influir en la elección modal de usuarios de vehículo privado en universidades: Caso Universidad de Antioquia. *DYNA*, 78 (165), pp. 101-111, 2010.
- [8] Domencich, T. and McFadden, D., *Urban travel demand: A behavioural analysis*, North-Holland Publishing Co., 1975.
- [9] Ben-Akiva, M. and Lerman, S., *Discrete choice analysis: Theory and application to travel demand*. Cambridge, Mass.: The MIT Press, 1985.
- [10] Huber, J. and Train, K., On the similarity of classical and bayesian estimates of individual mean partworths. *Marketing Letter*, 12 (3), pp. 259-269, 2000.
- [11] Garrido, R. and Silva, M., Low discrepancy sequences for the estimation of mixed logit, *Transportation Research B*, 2004.
- [12] Allenby, G., *An introduction to hierarchical Bayesian modeling*. Advanced Research Techniques Forum, American Marketing Association, 1997.
- [13] Godoy, G. and Ortúzar, J., On the estimation of mixed logit models. *Transportation Research Trends*, Chapter 9, pp. 289-310, 2008.
- [14] Sawtooth Software, *The CBC/HB module for hierarchical Bayes*, 1999.
- [15] Train, K., *A Comparison of hierarchical bayes and maximum simulated likelihood for mixed logit*. Working Paper, Department of Economics, University of California, Berkeley, 2001.
- [16] Jara-Díaz, S., Ortúzar, J. y Parra, R., Valor subjetivo del tiempo considerando efecto ingreso en la partición modal. *Actas del V Congreso Panamericano de Ingeniería de Tránsito y Transporte*. Mayaguez, 1988.
- [17] Beesley, M., Conditions for successful measurement in time valuation studies. *Behavioral travel demand modelling and valuation of travel time*. *Transportation Research Board Special Report*, 149, pp. 161-172, 1974.
- [18] Hensher, D., The valuation of commuter travel time savings for car drivers in New Zealand: Evaluating alternative model specifications, *Transportation*, pp. 112-118, 2001.
- [19] Huber, J. and Zwerina, K., The Importance of utility balance in efficient choice designs. *Journal of Marketing Research*, 33, pp. 307-317, 1996.
- [20] Hensher, D., Louviere, J. and Swait, J., Combining sources of preference data, *Journal of Econometrics*, 89, pp. 197-221, 1999.
- [21] Sándor, Zand Wedel, M., Designing conjoint choice experiments using managers' prior beliefs, *Journal of Marketing Research*, 38, pp. 430-444, 2001.

- [22] Cantillo, V. and Ortúzar, J., A semi-compensatory discrete choice model with explicit attribute thresholds of perception, *Transportation Research*, 39B, pp. 641-657, 2005.

M. Gutiérrez-Torres, received the Bs. Eng. in Civil Engineering, in 2006, the MSc. in Civil Engineering, in 2012, both from Universidad del Norte, Colombia. Actually she is studying a PhD in Engineering Sciences (Transport), from Pontificia Universidad Católica de Chile, Chile. She is professor at Universidad de la Costa, Colombia, since 2011.

V. Cantillo-Maza, received the Bs. Eng in Civil Engineering in 1987, from the Universidad del Norte, Colombia, the MSc. in Traffic and Transport Engineering in 1990, from the Universidad del Cauca, Colombia and the PhD. degree in Engineering Sciences (Transport), in 2004 from the Pontificia Universidad Católica de Chile, Chile. He is Associate Professor at Universidad del Norte, Colombia where since 1990. He is the head of the Transport Research Group - TRANVIA. His research interests include: transport planning, transport economics, transport modelling and logistics. He has also been working in other topics such as education in engineering, econometrics and construction materials.