



## PROGRAMA DE INGENIERÍA MECÁNICA

---

### **Título:**

Cálculo de tensión para mantener Carro BMW serie 3. Modelo 320e en equilibrio estático en diferentes pendientes

### **Autores:**

Jonathan Velásquez Barrios  
Cristian Orozco Vargas

### **Asignatura:**

Estática

---

**UNIVERSIDAD DE LA COSTA - 2021**



**Proyecto de aula**

**Cálculo de tensión para mantener Carro BMW serie 3. Modelo 320e en  
equilibrio estático en diferentes pendientes**

**Asignatura: Estática**

**Alumnos:**

**Jonathan Velasquez Barrios**

**Cristian Orozco Vargas**

**Profesor:**

**Andrés Rodríguez Toscano.**

**Jornada Nocturna**

**Código: remoto - 32619**



**Universidad de la costa C.U.C  
Barranquilla – Atlántico.  
2021**



## 1. Introducción

En el proyecto se determina a partir de un automóvil el comportamiento de la fuerza necesaria para mantener un automóvil en equilibrio considerando diferentes pendientes. Para este análisis se consideró el cuerpo como un cuerpo rígido, se realizan las sumatorias de fuerzas en distintos ejes y las sumatorias de momentos. También se realiza una recomendación del libro en donde se aprendieron dichos conocimientos y se colocan las referencias usadas para el mismo.

## 2. Descripción del proyecto

Se Debe seleccionar un automóvil comercial. De este deben tomar las dimensiones y el peso del mismo (buscar catalogo). Posteriormente, deben hacer el análisis estático y graficar la fuerza necesaria para que el automóvil no baje en función al ángulo de una pendiente, es decir, que debe variar el ángulo y graficar la fuerza (Esta fuerza siempre será paralela a la pendiente).

**Nota:** Gráfica la fuerza en Y con las unidades y en el eje X el ángulo (0-90°). Asumir: que el centro de gravedad se encuentra en el centro del largo y del alto.

Selección del automóvil y características técnicas :

El automóvil seleccionado es el BMW serie 3 320e 4 puertas modelo 2021. La fig. 1, muestra el vehículo seleccionado.



Fig.1. Vehículo seleccionado [1]

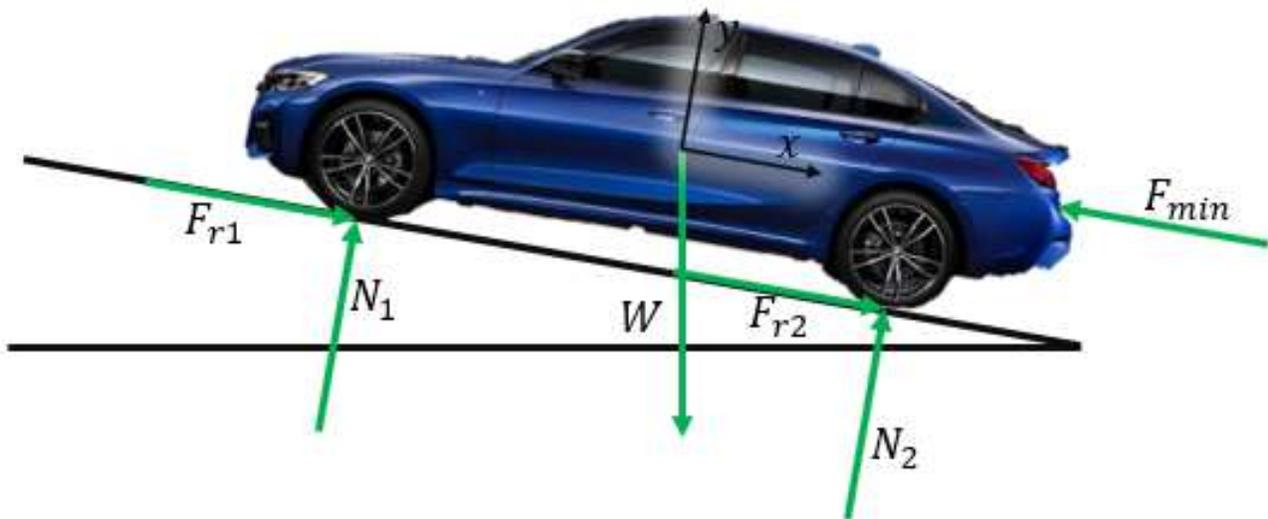
Las características técnicas del vehículo son:

Ficha técnica y medidas del BMW Serie 3 320e				
Carrocería	Motor	Transmisión	Prestaciones	Consumos y emisiones
<b>Medidas</b>  		Alto 1444 mm	Carrocería	Berlina
Largo 4709 mm	Ancho 1827 mm		Peso/Masa max. autorizado (kg)	2.300
Batalla (mm)	2.851		Longitud máx. (mm)	-
Número de puertas	4		Número de plazas	5
Capacidad del maletero (l)	375		Capacidad máxima del maletero (l)	-

Fig.2. ficha técnica del automóvil seleccionado. Tomado de: <https://www.bmw.com.co/>

A continuación, se muestra el diagrama de cuerpo libre del automóvil seleccionado.

DCL



Largo: 4.709 m

Altura: 1.444 m

D/llantas: 2.851 m

Masa: 1570Kg

G:  $9.8\text{m/s}^2$

$\mu = 1$  correspondiente al coeficiente entre caucho y pavimento.

Para efectos prácticos, se considera el x como la pendiente inclinada y para el eje y, el eje perpendicular a la pendiente que soporta al automóvil.

**Para el caso con pendiente con Angulo de 10°**

$$\theta = 10^\circ$$

$$W = 1570\text{Kg} * 9.8\text{ m/s}^2$$

$$W = 15386\text{N}$$

$$W_x = 15386\text{N} * \sin(10)$$

$$W_x = 2671.75086\text{N}$$

$$W_y = 15386\text{N} * \cos(10)$$

$$W_y = 15152.25208\text{N}$$

### 1. Sumatoria en ejes x y y.

$$\sum F_y = 0$$

$$N_1 + N_2 - W_y = 0$$

$$N_1 + N_2 = W_y$$

$$\sum F_x = -F_{min} + F_{r1} + F_{r2} + W_x = 0$$

$$F_{r1} = \mu * N_1$$

$$F_{r2} = \mu * N_2$$

$$M = F * d$$

$$\sum M_{F_{min}} = -3.91N_1 - 1.059N_2 + 2.3545W_y + 0.7175F_{r1} + 0.7175F_{r2} = 0$$

$$\sum M_{F_{min}} = -3.91N_1 - 1.059N_2 + 2.3545W_y + 0.7175\mu N_1 + 0.7175\mu N_2 = 0$$

$$\sum M_{F_{min}} = -3.91N_1 - 1.059N_2 + 35675.97752N + 0.7175N_1 + 0.7175N_2 = 0$$

$$\sum M_{F_{min}} - 3.1925N_1 - 0.3415N_2 + 35675.97752N = 0$$

$$\sum M_{F_{min}} = N_1 = \frac{0.3415N_2 - 35675.97752N}{-3.1925}$$

$$\sum F_y = \frac{0.3415N_2 - 35675.97752N}{-3.1925} + N_2 = W_y$$

$$\sum F_y = -3.1925 \left( \frac{0.3415N_2 - 35675.97752N}{-3.1925} + N_2 \right) = -3.1925W_y$$

$$\sum F_y = 0.3415N_2 - 35675.97752N - 3.1925N_2 = -3.1925W_y$$

$$\sum F_y = -2.851N_2 - 35675.97752N = -48373.56476N$$

$$\sum F_y = N_2 = \frac{(35675.97752N - 48373.56476N)}{-2.851}$$

$$N_2 = \mathbf{4453.73105N}$$

$$\sum F_y = N_1 + N_2 = W_y$$

$$\sum F_y = N_1 = 15152.25208N - 4453.73105N$$

$$N_1 = \mathbf{10698.52103N}$$

$$F_{r1} = 1 * 10698.52103N$$

$$F_{r1} = \mathbf{10698.52103N}$$

$$F_{r2} = 1 * 4453.73105N$$

$$F_{r2} = \mathbf{4453.73105N}$$

$$\sum F_x = -F_{min} + F_{r1} + F_{r2} + W_x = 0$$

$$\sum F_x = -F_{min} + 10698.52103N + 4453.73105N + 2671.75086N = 0$$

$$F_{min} = 10698.52103N + 4453.73105N + 2671.75086N = 17516.57424N$$

$$F_{min} = \mathbf{17824.00294N}$$

**Para el caso con pendiente con ángulo de 20°**

$$W = 1570\text{Kg} * 9.8 \text{ m/s}^2$$

$$W = \mathbf{15386N}$$

$$W_x = 15386N * \sin(20)$$

$$W_x = 5262.32192N$$

$$W_y = 15386N * \cos(20)$$

$$W_y = 14458.11066N$$

### Sumatoria en ejes.

$$\sum F_y = 0$$

$$N_1 + N_2 - W_y = 0$$

$$N_1 + N_2 = W_y$$

$$\sum F_x = -F_{\min} + F_{r1} + F_{r2} + W_x = 0$$

$$F_{r1} = \mu * N_1$$

$$F_{r2} = \mu * N_2$$

$$M = F * d$$

$$\sum M_{F_{\min}} = -3.91N_1 - 1.059N_2 + 2.3545W_y + 0.7175F_{r1} + 0.7175F_{r2} = 0$$

$$\sum M_{F_{\min}} = -3.91N_1 - 1.059N_2 + 2.3545W_y + 0.7175\mu N_1 + 0.7175\mu N_2 = 0$$

$$\sum M_{F_{\min}} = -3.91N_1 - 1.059N_2 + 34041.62154N + 0.7175N_1 + 0.7175N_2 = 0$$

$$\sum M_{F_{\min}} - 3.1925N_1 - 0.3415N_2 + 34041.62154N = 0$$

$$\sum M_{F_{\min}} = N_1 = \frac{0.3415N_2 - 34041.62154N}{-3.1925}$$

$$\sum F_y = \frac{0.3415N_2 - 34041.62154N}{-3.1925} + N_2 = W_y$$

$$\sum F_y = -3.1925 \left( \frac{0.3415N_2 - 34041.62154N}{-3.1925} + N_2 \right) = -3.1925W_y$$

$$\sum F_y = 0.3415N_2 - 34041.62154N - 3.1925N_2 = -3.1925W_y$$

$$\sum F_y = -2.851N_2 - 34041.62154N = -46157.51828N$$

$$\sum F_y = N_2 = \frac{(34041.62154N - 46157.51828N)}{-2.851}$$
$$N_2 = \mathbf{4249.70071N}$$

$$\sum F_y = N_1 + N_2 = W_y$$

$$\sum F_y = N_1 = 14458.11066N - 4249.70071N$$
$$N_1 = \mathbf{10208.40995N}$$

$$F_{r1} = 1 * 10208.40995N$$

$$F_{r1} = \mathbf{10208.40995N}$$

$$F_{r2} = 1 * 4249.70071N$$

$$F_{r2} = \mathbf{4249.70071N}$$

$$\sum F_x = -F_{\min} + F_{r1} + F_{r2} + W_x = 0$$

$$\sum F_x = -F_{\min} + 10208.40995N + 4249.70071N + 5262.32192N = 0$$

$$F_{\min} = 10208.40995N + 4249.70071N + 5262.32192N = 19720.43258N$$

$$F_{\min} = \mathbf{19720.43258N}$$

***Para el caso con pendiente con Angulo de 30°***

$$W = 1570Kg * 9.8m/s^2$$

$$W = \mathbf{15386N}$$

$$W_x = 15386N * \sin(30)$$

$$W_x = \mathbf{7693N}$$

$$W_y = 15386N * \cos(30)$$

$$W_y = \mathbf{13324.66686N}$$

**Sumatoria de fuerzas en los ejes x y.**

$$\sum F_y = 0$$

$$N_1 + N_2 - W_y = 0$$

$$N_1 + N_2 = W_y$$

$$\sum F_x = -F_{\min} + F_{r1} + F_{r2} + W_x = 0$$

$$F_{r1} = \mu * N_1$$

$$F_{r2} = \mu * N_2$$

$$M = F * d$$

$$\sum M_{F_{\min}} = -3.91N_1 - 1.059N_2 + 2.3545W_y + 0.7175F_{r1} + 0.7175F_{r2} = 0$$

$$\sum M_{F_{\min}} = -3.91N_1 - 1.059N_2 + 2.3545W_y + 0.7175\mu N_1 + 0.7175\mu N_2 = 0$$

$$\sum M_{F_{\min}} = -3.91N_1 - 1.059N_2 + 31372.92812N + 0.7175N_1 + 0.7175N_2 = 0$$

$$\sum M_{F_{\min}} - 3.1925N_1 - 0.3415N_2 + 31372.92812N = 0$$

$$\sum M_{F_{\min}} = N_1 = \frac{0.3415N_2 - 31372.92812N}{-3.1925}$$

$$\sum F_y = \frac{0.3415N_2 - 31372.92812N}{-3.1925} + N_2 = W_y$$

$$\sum F_y = -3.1925 \left( \frac{0.3415N_2 - 31372.92812N}{-3.1925} + N_2 \right) = -3.1925W_y$$

$$\sum F_y = 0.3415N_2 - 31372.92812N - 3.1925N_2 = -3.1925W_y$$

$$\sum F_y = -2.851N_2 - 31372.92812N = -42538.99895N$$

$$\sum F_y = N_2 = \frac{(31372.92812N - 42538.99895N)}{-2.851}$$

$$N_2 = \mathbf{3916.54536N}$$

$$\sum F_y = N_1 + N_2 = W_y$$

$$\sum F_y = N_1 = 13324.66686N - 3916.54536N$$

$$N_1 = \mathbf{9408.1215N}$$

$$F_{r1} = 1 * 9408.1215N$$

$$F_{r1} = \mathbf{9408.1215N}$$

$$F_{r2} = 1 * 3916.54536N$$

$$F_{r2} = \mathbf{3916.54536N}$$

$$\sum F_x = -F_{min} + F_{r1} + F_{r2} + W_x = 0$$

$$\sum F_x = -F_{min} + 9408.1215N + 3916.54536N + 7693N = 0$$

$$F_{min} = 9408.1215N + 3916.54536N + 7693N = 21017.66686N$$

$$F_{min} = \mathbf{21017.66686N}$$

**Para el caso con pendiente con Angulo de 40°**

$$W = 1570Kg * 9.8 m/s^2$$

$$W = 15386N$$

$$W_x = 15386N * \sin(40)$$

$$W_x = 9889.93016N$$

$$W_y = 15386N * \cos(40)$$

$$W_y = 11786.35980N$$

**Sumatoria de fuerzas en los ejes x y .**

$$\sum F_y = 0$$

$$N_1 + N_2 - W_y = 0$$

$$N_1 + N_2 = W_y$$

$$\sum F_x = -F_{min} + F_{r1} + F_{r2} + W_x = 0$$

$$F_{r1} = \mu * N_1$$

$$F_{r2} = \mu * N_2$$

$$M = F * d$$

$$\sum M_{F_{min}} = -3.91N_1 - 1.059N_2 + 2.3545W_y + 0.7175F_{r1} + 0.7175F_{r2} = 0$$

$$\sum M_{F_{min}} = -3.91N_1 - 1.059N_2 + 2.3545W_y + 0.7175\mu N_1 + 0.7175\mu N_2 = 0$$

$$\sum M_{F_{min}} = -3.91N_1 - 1.059N_2 + 27750.98414N + 0.7175N_1 + 0.7175N_2 = 0$$

$$\sum M_{F_{min}} - 3.1925N_1 - 0.3415N_2 + 27750.98414N = 0$$

$$\sum M_{F_{min}} = N_1 = \frac{0.3415N_2 - 27750.98414N}{-3.1925}$$

$$\sum F_y = \frac{0.3415N_2 - 27750.98414N}{-3.1925} + N_2 = W_y$$

$$\sum F_y = -3.1925 \left( \frac{0.3415N_2 - 27750.98414N}{-3.1925} + N_2 \right) = -3.1925W_y$$

$$\sum F_y = 0.3415N_2 - 27750.98414N - 3.1925N_2 = -3.1925W_y$$

$$\sum F_y = -2.851N_2 - 27750.98414N = -37627.95366N$$

$$\sum F_y = N_2 = \frac{(27750.98414N - 37627.95366N)}{-2.851}$$

$$N_2 = \mathbf{3464.38776N}$$

$$\sum F_y = N_1 + N_2 = W_y$$

$$\sum F_y = N_1 = 11786.35980N - 3464.38776N$$

$$N_1 = \mathbf{8321.97204N}$$

$$F_{r1} = 1 * 8321.97204N$$

$$F_{r1} = \mathbf{8321.97204N}$$

$$F_{r2} = 1 * 3464.38776N$$

$$F_{r2} = \mathbf{3464.38776N}$$

$$\sum F_x = -F_{min} + F_{r1} + F_{r2} + W_x = 0$$

$$\sum F_x = -F_{min} + 8321.97204N + 3464.38776N + 9889.93016N = 0$$

$$F_{min} = 8321.97204N + 3464.38776N + 9889.93016N = 21676.28996N$$

$$F_{min} = \mathbf{21676.28996N}$$

La fig.3, muestra que a medida que aumenta el ángulo de la pendiente se necesita mayor cantidad de fuerza para mantener el automóvil en equilibrio.

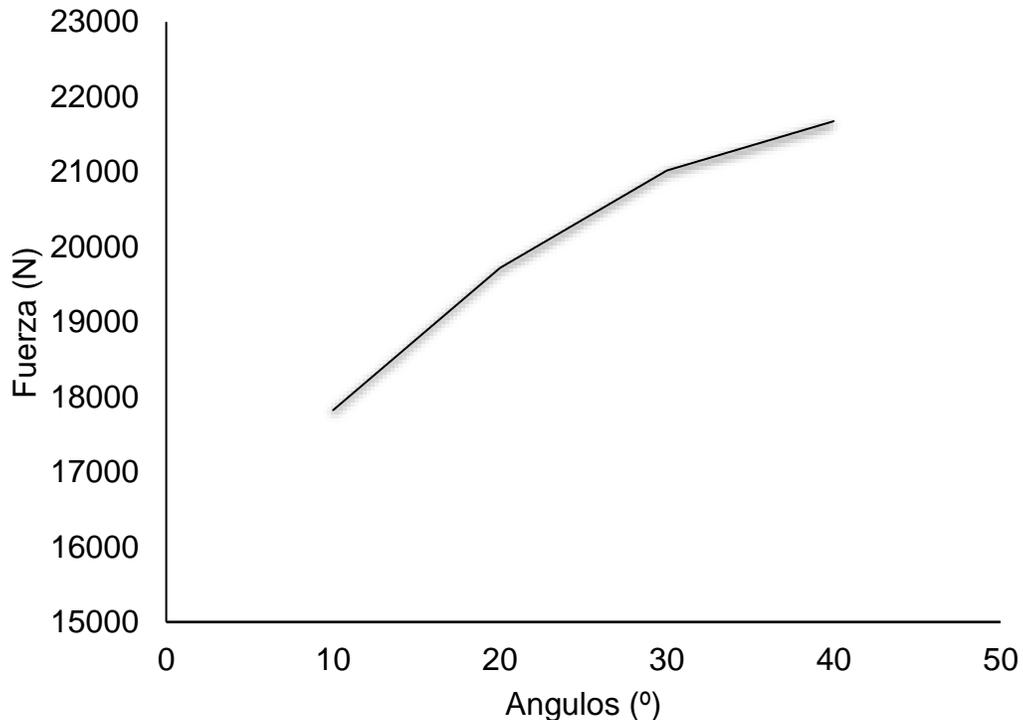


Fig.3. fuerza para mantener el automóvil estático para diferentes ángulos

### 3. Recomendación del libro de mecánica vectorial para ingenieros

Primera recomendación:

Este libro es de gran enseñanza para ingenieros y para el público en general, nos enseña sobre las leyes físicas de Newton, las unidades de medida, me enseñó que una partícula es un punto sin forma que no contiene masa alguna, ni volumen, a diario nos encontramos con este tipo de objetos que Cumplen todas las Características. antes mencionadas y le llamamos cuerpos rígidos como como nos enseñó el libro de mecánica vectorial para ingenieros “estática”. estos objetos lo conforman millones de partículas. podemos encontrar diferentes fuerzas actuando sobre el objeto, como lo es la Normal, el peso, la fuerza de fricción y las tensiones ( eso se aprende con la primera ley de newton). La segunda ley no enseña que un objeto que no tiene velocidad constante, que existan fuerzas que interaccionan con el objeto, por cambian el estado de movimiento de un cuerpo dependiendo de su masa para producir movimiento. Y en el capítulo 3 unos de los conceptos importantes Son: la fuerza que actúan sobre los Cuerpos rígidos, las fuerzas internas se encargan de mantener unidas las partículas que conforman el cuerpo rígido. Las fuerzas externas representan la acción que ejercen otros cuerpos sobre el cuerpo rígido y son responsables del cambio o reposo del objeto. las fuerzas iguales en dirección contrarias

siempre son cero y el momento lo podemos analizar de diferentes perspectivas. el momento de un par se le llama dos fuerzas que tienen las mismas magnitudes con líneas de acción paralelas y con sentidos opuestos. El momento de fuerza con el eje dado: Cuando es calculado el momento  $F$  con respecto a un eje dado  $A$  puede ser cualquier punto a lo largo de la línea de atención. En el Capítulo 4 tenemos los conceptos de diagrama de un cuerpo libre y las diferentes reacciones en los puntos de apoyo. Reacciones equivalentes a Una fuerza con una línea de acción conocida de superficies sin fricción, eslabones o bielas. Reacciones equivalentes a una fuerza y un par de magnitud y dirección, en los que encontramos los pernos articulación bisagra y las superficies. Reacciones equivalentes a Una fuerza par son las que se oponen a al movimiento en cualquier manera que se contra oponen a cualquier fuerza o momento. Las reacciones en puntos de apoyo y conexiones para una estructura tridimensional Las reacciones abarca desde una sola fuerza de dirección conocida, que ejerce la Superficie sin ninguna fricción, hasta una fuerza de sistema par ejercida por punto de apoyo fijo.

Att: Jonathan Velásquez Barrios. Estudiante de Ingeniería eléctrica de la universidad de la Costa.

Segunda recomendación:

El libro de Mecánica vectorial para ingenieros: estática, en un aspecto general, me parece un excelente libro ya que evidencia la importancia de la estática en todos los ámbitos, explicando de forma detallada y concisa diferentes temas tales como:

- El equilibrio de fuerzas.
- La adición de fuerzas en un plano o por las componentes.
- Conceptos básicos como el ¿Qué es la mecánica?

Entre otros.

Gracias al libro en su primer capítulo pude reforzar conocimientos previos de las leyes fundamentales de Newton, el principio de transmisibilidad, la ley del paralelogramo para la adición de fuerzas, la ley de gravitación de Newton y conceptos como el de la masa y el peso.

Entendiendo que, dos fuerzas que actúan sobre una partícula u objeto pueden ser reemplazadas por una sola fuerza denominada resultante que es posible hallar al trazar la diagonal del paralelogramo que tiene los lados iguales a las fuerzas dadas. En cuanto al principio de transmisibilidad se entiende que el estado de equilibrio o de movimiento de una partícula u objeto no se verán alterados si una fuerza que actúa sobre un punto dado es sustituida por otra fuerza de la misma magnitud y en la misma dirección pero que actúe en un punto diferente, siempre que ambas fuerzas tengan la misma línea de acción, esto lo podemos ver ejemplificado en el movimiento de una caja o de un automóvil averiado, ya sea que dos personas le amarren una cuerda a cada objeto en la parte delantera y tiren de ella aplicando una

fuerza resultante de 200N hacia la derecha, o se ubiquen en la parte posterior de dichos objetos y los empujen aplicando una fuerza resultante de 200N a la derecha, el resultado que se busca es el mismo, mover la caja o el automóvil hacia adelante y lo hacen a pesar de estar aplicando las fuerzas en dos puntos diferentes, debido a que las fuerzas aplicadas son de la misma magnitud y están orientadas en la misma dirección.

Att: Cristian Orozco Vargas, estudiante de ingeniería mecánica de la universidad de la costa.

## Referencias

- [1] Coches y concesionarios, Opiniones BMW Serie 3, (2021).  
<https://www.cochesyconcesionarios.com/opiniones/bmw/serie-3.html>  
(accessed November 10, 2021).