

Aprendizaje autodirigido como estrategia para el fortalecimiento de la resolución de  
problemas matemáticos

Shirley Paola Buelvas Támara y Sadimar Franco De Los Ríos

Departamento de pregrado, Universidad de la Costa

Lic. En educación básica primaria

Asesor: Erick Manuel Fruto Silva

Septiembre, 2022



Aprendizaje autodirigido como estrategia para el fortalecimiento de la resolución de  
problemas matemáticos

Shirley Paola Buelvas Támara y Sadimar Franco De Los Ríos

Departamento de pregrado, Universidad de la Costa

Licenciatura en educación básica primaria

Asesor: Erick Manuel Fruto Silva

Septiembre, 2022



NOTA DE ACEPTACIÓN

JURADO 1: \_\_\_\_\_

JURADO 2: \_\_\_\_\_

JURADO 3: \_\_\_\_\_

### **Agradecimientos**

Agradecemos la oportunidad de formarnos como docentes investigadoras a través de la construcción del presente proyecto de investigación que sin duda alguna nos permitió adquirir aprendizajes significativos en nuestra vida personal y profesional.

A cada uno de nuestros docentes, en especial a Erick Fruto Silva quién nos acompañó como asesor y nos brindó sus conocimientos para obtener el objetivo propuesto, mil gracias. Gracias por su disposición, entrega y dedicación para que esta investigación se convirtiera en un espacio de aprendizaje a lo largo de nuestra labor docente.

Gracias a la Universidad De La Costa CUC por ser parte de esta experiencia y a los estudiantes de segundo grado por ser protagonistas de ella, fueron parte esencial de la aplicación de este proyecto.

Cada día los aprendizajes se hacen mayor, es para mí de mucha satisfacción ver como se pudo llevar a cabo este proyecto, saber que con mucho esfuerzo y noches de desvelo hoy es una realidad. Le agradezco a Dios por darme la sabiduría necesaria para poder responder de manera correcta frente a cada situación que se presentaba, pero también gracias por la vida de mi compañera y amiga Shirley Buelvas quien fue una pieza importante para que hoy mi rostro se llene de alegría.

Dios obra con poder cada día y en mi vida he visto su respaldo, desde el inicio de mi carrera hasta ahora, por lo tanto, sobran palabras de agradecimientos hacia a todos aquellos que contribuyeron a la realización de este proyecto.

*Sadimar Franco.*

De las oportunidades más bonitas que me ha regalado Dios y la vida, ha sido coincidir con personas apasionadas por la educación, por el cambio y la transformación de esta misma, desarrollar este proyecto de investigación me permitió conocer seres humanos increíbles con las mismas pasiones y deseos de seguir aportando desde las aulas a formar individuos capaces de construir aprendizajes desde la libertad y la autonomía.

Agradezco profundamente a Dios, por ayudarme a confiar en su tiempo y en sus propósitos para mi vida, gracias a mi amiga y colega, Sadimar Franco, por su tiempo, por su dedicación y por su total entrega para que juntas llegáramos hasta el final de este objetivo, me llena de mucha felicidad que sea ella quién hoy me acompañe en este camino lleno de esfuerzo y alegría.

Infinitas gracias a todos los que realizaron significativos aportes durante la ejecución de este.

*Shirley Buelvas Támara.*

### **Resumen**

Este proyecto de investigación se centra en el aprendizaje autodirigido como estrategia para el fortalecimiento de la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de segundo grado de la Institución Educativa Fundación Colegio Cristiano El Salvador. Se realizó un análisis que generó el diagnóstico del nivel de competencias en la resolución de problemas en estudiantes de segundo grado de básica primaria, seguidamente se hizo un diseño de estrategias centradas en los intereses y habilidades de los estudiantes para fortalecer la resolución de problemas, posterior a eso, se implementó estrategias de aprendizaje centradas en los intereses y habilidades de los educandos y por último se reflexionó sobre la estrategia implementada basada en el aprendizaje autodirigido para la resolución de problemas matemáticos. Se aplicó una encuesta de preguntas para 23 estudiantes de segundo grado donde se observaron los comportamientos en los diferentes educandos con el fin de poder ver cual eran las falencias encontradas en este grado en cuanto a la resolución de problemas, también se hacía inferencia a los posibles factores presentados en el área de matemáticas que influían en el proceso de enseñanza- aprendizaje.

Gracias a los análisis de los resultados se puede observar que una gran población siente apatía frente a las matemáticas y específicamente a la resolución de problemas debido a la manera tan compleja en la que se está llevando la enseñanza de esta dentro de las aulas de clases, por ello, consideramos que es importante iniciar con una enseñanza donde se brinde un aprendizaje autodirigido que lleve a los educandos a lograr mejores resultados. De esta manera, se permitió realizar la conclusión que apoya o rechaza la hipótesis establecida

*Palabras clave:* aprendizaje, autonomía, resolución de problemas, matemáticas, estrategias, didáctica

**Abstract**

This research project focuses on self-directed learning as a strategy to strengthen mathematical problem solving in second grade students of the Institution Educativa Fundación Colegio Cristiano El Salvador. An analysis was made to diagnose the level of competencies in problem solving in second grade elementary school students, followed by the design of strategies focused on the interests and abilities of the students to strengthen problem solving, after that, learning strategies focused on the interests and abilities of the students were implemented, and finally, a reflection was made on the implemented strategy based on self-directed learning for the resolution of mathematical problems. A survey of questions was applied to 23 second grade students where the behaviors of the different students were observed to be able to see which the shortcomings were found in this grade in terms of problem solving, and to make inferences about the possible factors presented around mathematics that influenced the teaching-learning process. Thanks to the analysis of the results, it was possible to observe that a large population feels apathy towards mathematics and specifically towards problem solving due to the complex way in which the teaching of mathematics is being carried out in the classroom, therefore, we consider that it is important to start with a teaching where self-directed learning is if leads the students to achieve better results. In this way, it was possible to draw the conclusion that supports or rejects the established hypothesis.

*Keywords:* learning, autonomy, problem resolution, strategies, math, didactic

**Contenido**

Lista de tablas y figuras .....	11
Introducción .....	12
Capítulo I .....	14
Planteamiento del problema.....	14
Descripción del problema .....	14
Pregunta problema .....	17
Objetivo general.....	17
Objetivos específicos .....	17
Justificación .....	18
<i>Sub-línea de investigación</i> .....	21
Capítulo II.....	22
Marco Referencial.....	22
Antecedentes. ....	22
A nivel nacional. ....	24
Marco Teorico.....	31
Capítulo III.....	51
Paradigma interpretativo .....	52
Premisa de trabajo .....	57
Categorías.....	58
Subcategorías. ....	58
Cuadro de categorías operacionales. ....	58
Población y muestra .....	69

APRENDIZAJE AUTODIRIGIDO Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	10
Población de estudio .....	69
Muestra.....	69
Fases de la investigación.....	70
<i>Análisis de los resultados</i> .....	71
Conclusión .....	79
Recomendaciones.....	81
Referencias.....	82

**Lista de tablas y figuras****Tablas**

Tabla 1. Sub-línea de investigación .....	21
Tabla 2. Investigación-acción .....	52
Tabla 3. Categorías.....	59
Tabla 4. Técnicas e instrumentos de evaluación.....	63

**Figura**

Figura 1. Nivel de competencia inicial.....	74
---	----

### **Introducción**

El presente proyecto se centra en la importancia de comunicar de manera correcta la resolución de problemas utilizando un aprendizaje autodirigido en estudiantes de la básica primaria. Es relevante destacar dos puntos inicialmente, el primero se basa en las dificultades que presentan los estudiantes en el aula de clases al momento de involucrarse en la asignatura. Por otro lado, el segundo se refiere a la poca iniciativa existente por parte de los docentes que se han enfocado en una educación tradicional donde las oportunidades de los alumnos de explorar y poder adquirir los conocimientos de manera espontánea son muy pocas, a pesar de considerarse esta como una de las formas más efectivas de lograr en los niños un aprendizaje significativo. A lo largo de muchas investigaciones se han encontrado diferentes soluciones para una mejora en dicho proceso, desde la construcción de espacios de capacitación en el área dirigida a los maestros hasta la generación de estrategias didácticas prediseñadas para obtener mejores resultados, sin embargo, se sigue observando que los estudiantes de primaria continúan teniendo dificultades al momento de resolver diferentes problemas matemáticos aumentando la tasa de desmotivación y desinterés en las aulas de clases. Durante la ejecución del presente proyecto se busca fortalecer los procesos de aprendizaje de las matemáticas, centrados en la resolución de problemas, en los estudiantes mediante la implementación de estrategias orientadas al estudio autodirigido enfocándose en la potencialización de habilidades integrales que involucren el desarrollo de la metacognición, partiendo en cada experiencia de los intereses de los educandos a través de la generación de ambientes de trabajo libres que conlleven al fortalecimiento de un pensamiento crítico y reflexivo en los estudiantes de manera autónoma, todo esto con la finalidad de construir junto a ellos una mirada distinta acerca de la resolución de problemas. La lectura de la presente investigación

se puede comprender por medio de la siguiente ruta: el primer capítulo contempla el planteamiento del problema, justificación y objetivos. El segundo capítulo, por su parte, abarca el estado de arte que vislumbra las investigaciones que son significativas para la investigación. También, este apartado es dedicado al marco teórico y conceptual, en donde se desatanca los principales desarrollos teóricos y categorías analíticas que ayuda a entender el objeto de estudio. Seguidamente, el capítulo tres expone el marco metodológico que encaminó a esta investigación; aquí, se evidencia el método y las técnicas de investigación empleadas. Igualmente, ilustra la muestra con que se trabajó, así como los resultados y el análisis de los mismo. Finalmente, se generan algunas conclusiones y recomendaciones basadas en los elementos a tener en cuenta en el proceso de formación autodirigida y teniendo en consideración los aprendizajes que nos ha dejado la investigación-acción.

## Capítulo I

### Planteamiento del problema

#### Descripción del problema

La educación tradicional ha sido parte esencial de la historia educativa de los niños del mundo entero, siguiendo lineamientos, currículos y demás estándares impuestos durante su proceso de enseñanza - aprendizaje. Evidentemente la falta de libertad e independencia de los educandos dentro de las aulas de clases es clara cuando se habla de educación, ligado a la limitación que existe en este sentido. Según el estudio realizado por la Centro de Educación Obligatoria CEO (2016) las matemáticas encabezan la lista de las materias más perdidas o con un muy bajo promedio durante el curso de la básica primaria y secundaria, llegando incluso hasta las carreras universitarias; las solicitudes de tutorías personalizadas y clases particulares son hasta de un 43% para esta asignatura. Se resalta el argumento de esta entidad relacionada con la problemática presentada en el área mencionada; las matemáticas encabezan la lista porque es una materia de práctica que aún predomina entre los estudiantes, ya que el aprenderse de memoria las fórmulas sin entenderlas genera que no puedan resolver los diversos ejercicios. Es indispensable tener una metodología establecida para las matemáticas, que empieza con la introducción del tema, seguida por el desarrollo de contenidos y la consolidación de estos mediante ejercicios y finaliza con una evaluación para identificar errores y corregirlos, afirmó Nadezda Vera, fundadora del CEO.

Según los resultados de las pruebas del programa para la evaluación internacional de alumnos PISA (2018), se refleja en el área de matemáticas un promedio medio, es decir, del 50%, siendo España uno de los países con los resultados más bajo durante años. Pese a las múltiples estrategias que se practican sigue siendo una de las áreas con promedios más bajos

en los contextos educativos; según esta fuente, de los 36.000 alumnos que se examinaron en PISA, 1.102 centros siguen obteniendo resultados por debajo de la media de los países de la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico), sin embargo, se resalta que los asiáticos ocupan los promedios más altos en dichas pruebas gracias a sus experiencias basadas en el método singapur, donde los estudiantes desarrollan problemas matemáticos conectados con la realidad. Una de las críticas de Rodríguez (2018), presidente de la Comisión de Educación de la Real Sociedad Matemática Española, es que en matemáticas no hay bajada significativa en PISA, pero desde luego no hay mejoras, y no las va a haber mientras en España haya una estructura de contenidos y no de competencias críticas que ayuden al aprendizaje de dichos contenidos –por ejemplo, de estadística y probabilidad–, pensando con esto en un nuevo modelo pedagógico que responda a las evidencias de las últimas investigaciones matemáticas. Ahora bien, siguiendo al director de PISA (Schleicher, 2018), los conocimientos adquiridos en la escuela son limitados y están lejos de trascender a la vida social. Por ello, sería interesante involucrar la práctica escolar con los problemas sociales o aquellos asociados a la vida, de lo contrario, estaríamos hablando de una situación injusta. En Colombia, según el reporte de las pruebas SABER- PRO (2006) aplicadas en niveles de 3° y 5° de la básica primaria se estima que el 40% de los estudiantes logra apenas resolver competencias de primer nivel, es decir, aquellas donde desarrollan problemas sencillos que brindan la información y alternativas para solucionarlo. El Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior -ICFES- considera en la descripción de su estudio que es necesario impulsar a los estudiantes para que alcancen niveles más complejos de competencia, que les permitan enfrentar y resolver situaciones matemáticas con más y mejores herramientas, para responder a las demandas de sus diferentes entornos. En el

año 2015, según los resultados dados por el ICFES, Barranquilla entró a los primeros 5 puestos con un desempeño por encima del establecido en el área de matemáticas, fueron los puntajes más altos registrados históricamente ante las pruebas PISA. Para ese entonces fueron evaluados 2.4 millones de estudiantes de 3°, 5° y 9°, pertenecientes a 16.505 colegios de los 1.122 municipios del país. No obstante, en la actualidad no se mantiene dicho promedio y se mantiene el establecido entre la media nacional. Llevándolo a un contexto educativo actual, la desmotivación y la frustración de los alumnos es realmente notoria cuando se trata de dicha área, debido a que no se responde a la necesidad del infante de ser protagonista en los procesos matemáticos conectados con la realidad y el contexto que vive, por el contrario, se interrumpe su aprendizaje fluido, así como la responsabilidad de lograrlo por sí mismo, lo que reprime que sea duradero y claro al momento de su aplicación. Desde muchas perspectivas se piensa que la Educación Autodirigida es algo riesgoso. Sin embargo, lo que muchas veces no se asimila en la sociedad educativa es que el éxito del aprendizaje de los niños depende enteramente de ellos mismos, y de ciertas capacidades que desafortunadamente no se aprenden en las escuelas del sistema educativo tradicional. Como la toma de iniciativas y de decisiones, la resolución de problemas, la responsabilidad, la perseverancia y la resiliencia, y obviamente la creatividad con la que se plantea la didáctica de las matemáticas (Koritz, 2012). Otra de las principales problemáticas radica en que como docentes y padres de familia dudamos de las capacidades de los niños y niñas, aun cuando son comprobadas científicamente, es aquí donde la educación no apunta a que los docentes como facilitadores de aprendizajes se empoderen y logren innovar cada vez más los espacios educativos. Haciendo referencia a las matemáticas, son infinitas las posibilidades que existen para generar un pensamiento lógico matemático desde temprana edad, sin embargo, son limitadas las que

se aplican desde la individualidad, interés y aprendizaje propio de los alumnos. Es por ello, que bajo este paradigma existe la necesidad de apostarle a una educación sin limitaciones referidas al campo de aprendizaje.

Ahora bien, de acuerdo con la situación planteada anteriormente surge el siguiente interrogante.

### **Pregunta problema**

¿De qué manera el aprendizaje autodirigido fortalece la resolución de problemas matemáticos en los niños de 2° de la básica primaria de la Fundación Colegio Cristiano El Salvador?

### **Objetivo General**

Fortalecer la resolución de problemas mediante la implementación de estrategias centradas en el enfoque auto dirigido en los estudiantes de 2° de la básica primaria.

### **Objetivos Específicos**

- Diagnosticar el nivel de competencias en la resolución de problemas en estudiantes de segundo grado de básica primaria.
- Diseñar estrategias centradas en los intereses y habilidades de los estudiantes para fortalecer la resolución de problemas.
- Implementar estrategias de aprendizaje centradas en los intereses y habilidades de los educandos para fortalecer la resolución de problemas de las matemáticas.

### **Justificación**

La resolución de problemas matemáticos tiene muchos beneficios en los niños, los cuales logran desarrollar habilidades que favorecen al pensamiento abstracto. A su vez, esto sirve al pensamiento crítico y a la resolución futura de problemas de la vida, así como a la agilidad personal y aprehensión y análisis de diferentes contextos y variables.

La competencia para la resolución de problemas es la capacidad del individuo para emprender procesos cognitivos con el fin de comprender y resolver situaciones problemáticas **en las que la estrategia de solución no resulta obvia de forma inmediata**. Incluye la **disposición para implicarse** en dichas situaciones con el objetivo de **alcanzar el propio potencial como ciudadano constructivo y reflexivo**. Iriarte, 2011

La resolución de problemas es una de las estrategias de aprendizaje que puede ser muy benéfica en el proceso de enseñanza durante la etapa escolar, por ello, el presente proyecto busca fortalecer dicho enfoque a través de un plan basado en el aprendizaje auto-dirigido, con la finalidad de que el estudiante emplee determinado lenguaje con fines matemáticos, utilizando lenguaje de textos (bien sea un material verbal, gráfico o representacional) que finalmente lo conlleven a leer, escribir, escuchar y discutir. Desde la práctica pedagógica investigativa es pertinente llevar a cabo la enseñanza de las matemáticas en el aula de clase, iniciando en el preescolar y primaria, para de esta manera impulsar al estudiantado a descubrir sus habilidades y aptitudes relacionadas con el pensamiento lógico matemático, entre estos, formular, comparar, ejercitar procesos y resolver problemas de manera autónoma en un contexto donde el docente cumple su rol de guía durante el proceso. Es así como la investigación se justifica teóricamente según los planteamientos de Iñesta (2007), quien afirma que “es imposible dar cuenta del aprendizaje humano sin la mediación y participación

del lenguaje”, teniendo como objetivo principal propiciar un espacio de reflexión sobre la relación existente entre el lenguaje y el aprendizaje de la matemática. Además, busca viabilizar la concienciación de la necesidad de un cambio en el enfoque y mediación del proceso de aprendizaje en la enseñanza de sí misma. La normatividad asociada al presente proyecto se basa en los lineamientos del Ministerio De Educación Nacional, los cuales se relacionan con procesos específicos que desarrollan el pensamiento matemático y los sistemas propios del área. El énfasis en este sistema se da a partir del desarrollo de la resolución de problemas que incluye el sentido operacional, los conceptos, las relaciones, las propiedades, los problemas y los procedimientos.

El pensamiento numérico se adquiere gradualmente y va evolucionando en la medida en que los alumnos tienen la oportunidad de pensar en los números y de usarlos en contextos significativos. Reflexionar sobre las interacciones entre los conceptos, las operaciones y los números estimula un alto nivel en la resolución de problemas. (MEN, 1998, p. 26).

Este proyecto está dirigido específicamente a estudiantes de segundo grado debido a que son ellos parte fundamental del proceso académico, a partir de este grado cada estudiante refleja lo aprendido durante todos los años escolares de la primera; es de vital importancia que los estudiantes tengan buen dominio sobre las matemáticas pero también que sean autosuficientes para realizar cualquier tipo de problemas cotidianos, entendiendo que no será únicamente para obtener un título académico sino también para poder desenvolverse en cualquier campo de su vida. Los maestros son la fuente del conocimiento y es necesario que realicen estrategias y tengan recursos que hagan viable la ejecución de acciones pedagógicas que contribuyen al fortalecimiento de dicho lenguaje de libertad y seguridad en el contexto educativo. De esta forma, es importante considerar ciertas mediaciones didácticas que aporten

beneficios al estudiante desde el desarrollo del área mencionada. Con este proyecto se busca contribuir a una mejor educación en el área de las matemáticas siendo esta una asignatura que por mucho tiempo ha enmarcado el paso escolar de los estudiantes e incluso poco ejercida por maestros, se pretende mostrar a los docentes que utilizando un lenguaje matemático correcto. Permitiéndoles a los estudiantes ser autónomos, les hará tener mejores resultados al momento de desenvolverse desde diversos espacios y de esta manera la resolución de problemas será menos compleja para los educandos.

***Delimitación de la población.*** El presente proyecto se llevó a cabo en la Institución Educativa Fundación Colegio Cristiano El Salvador ubicado en la ciudad de Barranquilla, en el barrio San Salvador. Dicho trabajo está orientado a estudiantes de segundo grado de una escuela que se maneja bajo el modelo pedagógico constructivista, amante a las celebraciones, en la cual se da espacios para que los niños puedan recrearse mediante distintas conmemoraciones culturales. El rango de edad de los estudiantes oscila entre los 6 y 8 años (aproximadamente). La ejecución el proyecto tuvo un tiempo de seis meses, durante este periodo se desarrollaron actividades que permitieron visualizar el desempeño académico partiendo de la manera como se desarrollaron, interactuaron y construyeron su propio aprendizaje desde la libertad y la autonomía en el contexto. El Centro Educativo se encuentra dividido en tres niveles de educación, a saber, preescolar, básica primaria y secundaria. En el primer nivel, se inicia con una población de 7 estudiantes (prejardín), seguido de 10 en jardín y 10 en transición (máximo nivel de preescolar). Por otro lado, en el segundo nivel (básica primaria) encontramos 2 grupos de primer grado, 1°A con 13 estudiantes y 1°B con 13 estudiantes; el 2° lo conforman 25 educandos, en tercer grado 18, en cuarto grado 25 y, en quinto grado, 19 alumnos. Finalmente, la básica secundaria lo conforman los siguientes

grupos y cantidad de estudiantes: 6° (23 alumnos), 7° (23 alumnos), 8° (25 alumnos), 9° (20 alumnos), 10° dividido en dos, a saber, 10°A (18 alumnos) y 10°B (18 alumnos), y finalmente, 11° (22 estudiantes), para un total de 282 individuos, lo que indica que el proyecto tuvo incidencia en el 21% de la población.

**Tabla 1**

*Sub-línea de investigación*

Área del conocimiento numérico	Sub líneas de investigación
<p><b>EL APRENDIZAJE AUTODIRIGIDO COMO ESTRATEGIA PARA EL FORTALECIMIENTO DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN ESTUDIANTES DE SEGUNDO GRADO DE LA FUNDACION COLEGIO CRISTIANO EL SALVADOR</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Fortalecimiento auto dirigido de la resolución de problemas</li> <li>○ Resolución de problemas</li> <li>○ Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ El pensamiento lógico-matemático.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Lenguaje matemático.</li> </ul>

*Fuente. Elaboración propia*

## Capítulo II

### Marco Referencial

**Antecedentes.** En el presente apartado se aborda un marco de antecedentes que nos ayudan a pensar sobre los temas centrales de esta investigación, es decir, los procesos matemáticos y el aprendizaje autodirigido. Las investigaciones que se exponen muestran un panorama que va desde lo global hasta lo local, aterrizando finalmente en nuestro contexto investigativo.

**En el contexto internacional.** El aprendizaje significativo de las matemáticas surge a partir del desarrollo de situaciones que superen el aprendizaje pasivo, es decir, que los estudiantes sean capaces de generar contextos basados en sus intereses y capacidades, que les permita “definir interpretaciones, identificar problemas, formular soluciones y usar adecuadamente materiales manipulativos, representativos y tecnológicos” (Úsuga, 2014, p. 27). En el transcurrir del desarrollo del niño se va observando la forma en que se empieza a asociar la realidad circundante con el pensamiento numérico, cuando realiza operaciones complejas, como discernir una cantidad, comparar elementos y agrupar mentalmente una serie de objetos, de acuerdo con sus rasgos o características. Así mismo, es usual que se valga de sus manos u otros elementos creados por él mismo para poder representar cantidades o llevar cuentas (Martínez, 2012). Paenza (2012), comenta que en los últimos años la didáctica de la matemática se ha provisto de juegos, retos, concursos, pruebas y acertijos, entre otro tipo de estrategias lúdicas, para motivar a las personas a utilizar su pensamiento numérico.

En el estudio de los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, el error se convierte en el eje para reconocer cuáles son las dificultades de comprensión que tienen los estudiantes dentro de un aula de clase, aunque muchas veces no es aprovechado como un

elemento que puede incrementar el éxito de las prácticas pedagógicas de los docentes (Rico & Castro, 1994). La Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), menciona una serie de indicadores que caracterizan y describen el nivel de vida de una sociedad, y uno de ellos es la calidad del sistema educativo, validada a partir del rendimiento académico de los estudiantes. Es así como, a través de las pruebas PISA (Programme for International Student Assessment), se generan indicadores para los países en los que se aplica el instrumento de evaluación estandarizada con carácter internacional. La prueba evalúa los conocimientos y habilidades necesarias para la participación de los ciudadanos en la sociedad del conocimiento, y comprende competencias en lectura comprensiva, matemáticas y ciencias, a partir de la resolución de problemas prácticos de la vida cotidiana (Rico, 2006). De esta forma, la OCDE admite el desempeño en matemáticas como una de las competencias básicas para el eficaz desenvolvimiento de cualquier ciudadano del mundo. Así mismo, Badia, Barbera, Coll, y Rochera (2002), realizaron un proyecto para analizar la relación que se da cuando se genera un proceso de enseñanza en el aprendizaje autodirigido utilizando secuencias didácticas autosuficientes creadas con intervención de las TIC a distancia y cuando se implementa una secuencia didáctica real en un aula abierta. Se realizó el análisis del caso con la participación de 3 estudiantes, 2 de ellos de manera virtual y 1 de ellos en el aula de aprendizaje, las muestras arrojan que con la utilización de las TIC se da un aprendizaje autónomo debido a que el individuo tiene la posibilidad de elegir el orden en que trabaja lo propuesto e investigar al respecto, sin embargo, se evidencia que no se da un trabajo completo durante la aplicación de las secuencias didácticas debido a que este requiere de la interacción con experiencias reales que lo conectan con la construcción de su propio aprendizaje en ambientes preparados para ello. Por otra parte, el estudiante que asiste al aula abierta tiene la

posibilidad de utilizar los recursos didácticos a través de las TIC y así mismo los expuestos dentro del aula, por lo que se considera que tiene un espacio mejor preparado que le posibilita mantener la visión creativa de su aprendizaje en completa libertad incluso con elementos más allá de los que se le han facilitado. Godino, J., Batanero, G. y Font, V. (2003) expresan que uno de los fines de la educación en matemáticas debe ser comunicar información matemática, cuando sea relevante, y desarrollar la competencia para resolver los problemas matemáticos que el estudiante encuentre en la vida diaria o en el trabajo profesional. Por otra parte, National Center of Education, Evaluation, and regional assistance (2014), comenta que la mayoría de las veces los errores no se producen por una falta de conocimiento, sino porque un alumno usa su conocimiento válido en algunas circunstancias en las cuales se aplica indebidamente.

**A nivel nacional.** Luego de plantear los lineamientos curriculares para el área de matemáticas, el Ministerio de Educación Nacional de Colombia estableció los Estándares Básicos de Competencia en el área de matemáticas (2006), donde se indica qué debe saber y saber hacer el estudiante una vez culmine su proceso formativo de educación básica y media.

La política gubernamental admite que estas habilidades no se generan espontáneamente, sino que requieren de ambientes de aprendizaje que faciliten la adquisición de la competencia. De esta forma, las estrategias empleadas por los docentes son fundamentales para alcanzar los niveles de conocimiento y habilidad deseados. Vásquez (2011), sostiene que el desarrollo de la competencia matemática va ligado al de la competencia comunicativa, ya que esta última posibilita entender los enunciados matemáticos y determinar la clase de procedimiento que se requiere para solucionar el ejercicio planteado. Posteriormente, la misma entidad gubernamental presenta los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), una estructuración temática por cada

grado de escolaridad. Los DBA enuncian las unidades básicas y fundamentales de conocimiento que requiere aprender un estudiante colombiano, así como las bitácoras de enseñanza. El ministerio ha provisto plataformas tecnológicas con recursos de apoyo, en cada área, que pueden ser utilizadas por los maestros para el desarrollo de sus clases (Medina, 2017). Para incrementar el nivel de competencia en matemáticas se requiere tener en cuenta dos aspectos en el proceso enseñanza-aprendizaje, al igual que sucede en cualquier otra área de conocimiento: la naturaleza de las matemáticas (su epistemología, características y desarrollo) y el rol del estudiante, que dentro del aula de clase debe ocupar el papel principal y no simplemente limitarse a ser un receptor pasivo (Pons, González-Herrero & Serrano, 2008). Es así como las estrategias autodirigidas y constructivistas facilitan el aprendizaje, generan actitudes positivas y promueven el trabajo cooperativo, independiente y autónomo (Herrera, Montenegro & Poveda, 2012; Meza, Valdés-Ayala y García, 2010; Terán y Pachano, 2009). En el conocimiento matemático se distinguen el conocimiento conceptual y el conocimiento procedimental, relacionados con las respuestas a los interrogantes ¿qué debe saber? ¿Qué debe saber hacer? y ¿cómo, cuándo y por qué lo debe hacer?, y que perfilan la formación de un estudiante competente en el área de las matemáticas, desde el desarrollo de cinco pensamientos: numérico y sistemas numéricos; espacial y sistemas geométricos; métrico y sistemas de medidas; aleatorio y sistemas de datos; y variacional y sistemas algebraicos y analíticos (Ministerio de Educación Nacional, 2006). De igual manera, Marquínez (2013), manifiesta que se debe partir del desarrollo del pensamiento como eje transversal para tener un dominio de las competencias en matemáticas que permitan que el estudiante pueda analizar, razonar y responder eficazmente a problemáticas de la realidad, que le ayuden a interpretar variadas tareas matemáticas en una diversidad de contextos.

En ese mismo contexto, Agustín y Martínez (2021) señalan que, la comprensión lectora en la educación básica latinoamericana no alcanza los niveles deseables, lo que conlleva a incidir negativamente en la resolución de problemas matemáticos. Este trabajo realizado en dos instituciones aborda la gestión docente en cuanto a las estrategias utilizadas con sus educandos en la comprensión de textos para la solución de situaciones reales desde la resolución de problemas matemáticos. La recolección de información se realizó en tres momentos: una revisión documental, entrevista semiestructurada a nueve docentes participantes y grupo de discusión, que permitió establecer colectivamente las rutas de mejora en el desempeño docente, para conocer y perfeccionar métodos pedagógicos en las dos instituciones, a partir de la transformación de prácticas docentes. Se construye una ruta de diseño y ejecución de 10 talleres, orientados a la resolución de problemas a través de la mediación del profesor, con participación de docentes, logrando transformación básica del discurso desde la apropiación de la comprensión lectora y construyendo estrategias para mejoramiento del desempeño estudiantil.

**A nivel local.** El proceso de acompañamiento a escuelas durante tres años para lograr una asertiva transformación de sus prácticas de aula para la enseñanza de las matemáticas en primaria según Arteta et al., (2012) generó en los maestros mucha expectativa acerca del desarrollo del proyecto, pues constituía una oportunidad para comenzar a trabajar sobre la calidad educativa en Barranquilla, involucrando a los maestros en un proceso de investigación-acción en 15 instituciones educativas distritales y aplicando un modelo de acompañamiento cada vez más consolidado y evaluado. Ya desde 2010, durante la fase piloto con las primeras 15 instituciones apoyadas por la Fundación ANDI, la Universidad del Norte y la Secretaría de Educación, iniciaron el acompañamiento en la formación de docentes en

matemáticas para el desarrollo del pensamiento matemático, con el propósito de mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje y la producción de saberes a través de estrategias innovadoras en educación básica primaria. Dicho acompañamiento a las prácticas de enseñanza se centró en brindar apoyo desde los saberes disciplinares de los expertos para ampliar las estrategias que permitieran desarrollar las competencias matemáticas en los niños y los procesos didácticos en los profesores. Todo ello, a su vez, alimentó la línea de base, cuya información sirvió para adecuar las orientaciones y actividades de acuerdo con las fortalezas y necesidades de los docentes y los estudiantes. Esta información fue fundamental para apoyar la transformación de sus prácticas pedagógicas y formas de evaluación, así como el diseño y uso de materiales didácticos apropiados a contextos cotidianos y al nivel educativo de la básica primaria. De esta manera surgió el programa PRISMA como continuidad del proyecto piloto para contribuir a que un grupo de docentes de la Educación Básica Primaria en Barranquilla impacten en sus clases tomando en cuenta su contexto, las condiciones escolares, el currículo y las condiciones socioculturales en que se desarrolla su acción educativa. El propósito fue realizar el programa durante tres años consecutivos, con medición antes y después de la intervención. El programa se llevó a cabo durante 2013, 2014 y 2015 en alianza con la Fundación Promigas, con el propósito general de contribuir al mejoramiento del aprendizaje y las competencias matemáticas de los estudiantes en primaria, mediante un proceso de formación de los profesores en el desarrollo de pensamiento y competencias matemáticas. Arrieta y Martínez (2021) realizaron una investigación donde mencionan, Resolución de problemas matemáticos desde la comprensión lectora: una gestión necesaria con docentes de educación básica 2021- Barranquilla mencionan que la resolución de problemas enfocada directamente en la comprensión lectora tiene un factor importante en los

educandos ya que esta le permite comprender con mayor precisión, logrando en ellos un aprendizaje más significativo. La resolución de problemas es una actividad compleja que pone en juego un amplio conjunto de habilidades que incluye elementos de creación. Por esta razón, el desarrollo de la capacidad para resolver problemas es un asunto que requiere de orientaciones pertinentes y persistentes por parte del educador; se hace necesario entonces, organizar los procesos de enseñanza de manera sistemática, de forma tal que los aprendices vayan consolidando paulatinamente las diferentes fases de la resolución de problemas.

(Barrientos, 2015). Los jóvenes no están siendo preparados de manera apropiada para contar con las herramientas necesarias en matemáticas en una economía mundial cada vez más interconectada. La enseñanza en las aulas se caracteriza por la memorización de operaciones computacionales de rutina y la reproducción mecánica de conceptos; además, los docentes suministran a los estudiantes información escasa o incluso errónea. Si bien los docentes tienen importantes carencias en los conocimientos básicos de matemática, con frecuencia no logran asociar esta debilidad con los bajos niveles y con esto transformarlos en logros de sus estudiantes. Teniendo en cuenta las situaciones presentadas en diferentes instituciones se llevó a cabo la presente solución, la cual busca que tanto maestros como estudiantes tengan mejores oportunidades, las cuales permiten obtener mejores resultados a nivel académico, donde la comprensión logre obtener un buen resultado en los procesos de resolución de problemas.

El método singapur tiene como principal objetivo sacar el mayor potencial del educando, permitiéndoles explotar sus habilidades matemáticas mediante su estrategia para el fortalecimiento de la resolución de problemas matemáticos en contexto en estudiantes de tercer grado, es necesario resaltar que, efecto del método singapur como una estrategia para el fortalecimiento de la resolución de problemas matemáticos y tiene como propósito establecer

el efecto de esta metodología que ayudará a mejorar la competencia matemática de resolución de problemas en su entorno. Por esto, la búsqueda continúa por mejorar los resultados de las pruebas externas e internas tanto a nivel nacional como local (institución) en la competencia de resolución de problemas, y a la vez en los procesos de enseñanza aprendizaje (Rambao y Lara, 2019). En búsqueda de mejorar los procesos educativos, específicamente en el área de matemáticas a sabiendas que son también las exigencias del MEN, la presente investigación implementa una estrategia innovadora como lo es el Método Singapur que promueve la autonomía del estudiante para resolver problemas en el aula y en su entorno, además permite el desarrollo del pensamiento creativo en niños y niñas. Según el MEN (2014), “Este método hace de la resolución de problemas el centro del proceso y es una estrategia que promueve el desarrollo de procesos, habilidades y actitudes que desarrollan el pensamiento matemático”.

Los resultados mostraron que a partir de la aplicación del Método Singapur los niños mejoraron los aprendizajes en matemáticas, pues siete de cada diez lograron resolver problemas de matemáticas que implicaban realizar una suma o una resta. Esta investigación sirve de referente ya que utiliza la metodología y el diseño empleado. Además, muestra evidencias de que el Método Singapur es una estrategia efectiva para desarrollar las competencias necesarias para la resolución de problemas. La resolución de problemas en la educación primaria es un aprendizaje que, si no se enseña de la mejor manera, el educando crecerá con deficiencias al momento de enfrentarse en este campo, por ello es de vital importancia que en el ámbito del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas se constituyen orientaciones centradas en los contenidos de las investigaciones actual, donde puedan resolver problemas que vean en su día a día, de esta manera se facilitará el proceso de aprendizaje. El consenso alcanzado con respecto a que el objetivo central de la educación

matemática radica en la resolución de problemas contrasta vivamente con una gran cantidad de datos consistentes de investigación de problemas en las que se hace patente que muchos estudiantes no dominan o al menos no suficientemente las habilidades requeridas para abordar nuevas tareas y problemas matemáticos que garanticen una oportunidad razonable de tener éxitos. Lester, Garofalo y Kroll (1989) uno de los programas utilizados durante este proceso fue PIRPAEVSO (Programa Instruccional de Resolución de Problemas Aritméticos Verbales de una Sola Operación), donde se mostró una eficiencia en el proceso, teniendo en cuenta que existirán momento de fracaso y en dichos momentos es cuando el procedimiento debe hacerse manera sencilla, haciendo ver las posibilidades y/o alternativas para resolver un mismo problema.

### **Marco Teórico**

Teniendo en cuenta que el aprendizaje de las matemáticas es uno de los temas que más discusión ha generado dentro del campo educativo por ser una de las áreas con un bajo promedio en la vida académica de los estudiantes, se ha hecho necesaria la generación de estrategias que proporcionen un proceso de enseñanza - aprendizaje autónomo, libre y seguro, encaminadas por un aprendizaje autodirigido que lleve a la adquisición de un lenguaje matemático. Es por ello, que diversos investigadores han avanzado en teorías que generan aportes novedosos y significativos para dicho estudio. A continuación, se presentarán algunos desarrollos analíticos en torno a nuestras categorías centrales.

#### ***Teorías relacionadas al proceso de aprendizaje autodirigido del pensamiento***

**numérico.** Desde una perspectiva estructuralista, la construcción de la realidad es ajena a la persona, existe independientemente de ella, y de esta interpretación derivaron las teorías de la absorción en las que el aprendizaje consistía en asimilar esa realidad. Ello dará lugar a corrientes de corte conductista en educación, desde las cuales el aprendizaje tiene un carácter individual y en las que se fomenta la memorización mecánica. Desde este punto de vista, el lenguaje “es únicamente un conjunto de respuestas verbales directamente vinculadas a los estímulos que posibilitan su aparición; y aprender un lenguaje es aprender las condiciones estimulares de las respuestas discriminadas (conexiones E-R)” (Oliva, 1999). En contra de esta postura en la que el lenguaje tenía un carácter externo, aparece la “Teoría de la Gramática Universal” de Chomsky (1977) que viene a cambiar el panorama social y educativo. Para este autor, las personas poseemos una capacidad innata y universal para adquirir el lenguaje, de forma que, al nacer, todos los individuos tienen una gramática universal que les permitirá aprender cualquier lengua que se hable en su entorno, sea cual fuere la estructura de esta.

Chomsky abogará por un sistema educativo en el que la educación esté dirigida a enseñar a que los alumnos y alumnas aprendan por sí mismos, cultivando “la capacidad para buscar lo que es significativo” (Chomsky, 2012), y en el que el profesor sea un verdadero “intelectual”, no un fiscalizador de los conocimientos de sus alumnos/as. Habermas (2001), en su teoría de la acción comunicativa, también señala que el ser humano tiene la capacidad del lenguaje, y entiende éste como un medio de entendimiento en el que los participantes negocian significados compartidos por todos. Se trata de una concepción interpretativa del lenguaje (Habermas, 2001). En esta línea en la que se aboga por un conocimiento que se construye en dependencia con el contexto social, desarrollada a partir de una actividad interpersonal (Mead 1973), subrayará que los pensamientos y las acciones son consecuencia directa del desarrollo social mediado por lenguaje. Así, la comunicación es simbólica y es social. Este autor, defenderá en las investigaciones en ciencias sociales el uso de una combinación de técnicas tanto del ámbito de la cuantificación como narrativas. Esta cuestión la abordaremos posteriormente en el ámbito de lo educativo. Freire, por su parte, hablará del diálogo como necesidad humana y como lugar de construcción del conocimiento. Serán las bases de una posterior corriente dialógica. Aunque Freire apunta a ello desde la cuestión de la alfabetización de adultos, sus aportes son extrapolables a la educación en cualquier etapa. Freire criticará enormemente a la enseñanza tradicional en tanto que el alumnado debía reproducir lo que le era enseñado. Califica esta práctica de “bancaria” en tanto que el alumno/a recibe como “depósito bancario” los conocimientos transmitidos por el profesor/a. Él propondrá una educación “problematizadora” de la realidad en la que mirar el mundo de forma crítica y tomar una actitud activa, de búsqueda de respuestas, y para ello, subraya la necesidad del diálogo y la comunicación con los otros (Freire & Macedo, 1989 y Freire,

2003). Para Piaget, cuyas teorías han derivado, como expresamos en el capítulo anterior, en concepciones de la enseñanza como preparatorias de las etapas evolutivas que han de darse en un determinado orden y sin las cuáles no se puede acceder a las siguientes. El lenguaje es una adquisición cognitiva que se va construyendo y reconstruyendo mediante la acción de la persona como consecuencia de las adquisiciones que se integran en la etapa sensorio-motriz.

*Estudios y fundamentos importantes del aprendizaje del pensamiento numérico: el papel del lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas.* Dentro de estos estudios, Delgado (2015), en su documento resalta la importancia del lenguaje como un medio para entender con mayor claridad las matemáticas durante la aplicación de estas dentro del contexto educativo. Los docentes de básica primaria de México comprueban que, para obtener una mejor comunicación frente a la enseñanza de las matemáticas, se requiere de un léxico acorde a ello. “El docente conoce los factores que intervienen en el razonamiento humano y el grado de dificultad intrínseco de los conceptos matemáticos, de esta forma logrará mejores resultados de aprendizaje” González, (2011). Se aprecia que la mayoría de los docentes no implementan el lenguaje matemático, por lo que se considera necesario que desde el inicio de la educación formal el alumno vaya manteniendo una conexión con este, con la principal finalidad de que se familiarice y sea capaz de enfrentarse a situaciones cotidianas utilizando estrategias donde logre un pensamiento crítico.

*Lenguaje y comunicación en matemáticas: una aproximación teórica desde las matemáticas a los conceptos de lenguaje y comunicación en relación con los procesos de enseñanza y aprendizaje.* Se resalta cuán importante es la mejora de los desempeños de los estudiantes en el área de matemáticas a través de una acertada comunicación, utilizando teorías asociadas a los conceptos de lenguaje y lógica en relación con los procesos de

enseñanza aprendizaje del área mencionada. Según el estudio durante dicha indagación, a los estudiantes les cuesta trabajo establecer relaciones o describir situaciones concretas en términos matemáticos, y esto se debe más que todo a la dificultad de comunicarse y de los lenguajes empleados durante la ejecución de esta, Nieto (2014). En esta indagación se optó por elaborar una monografía de compilación con la única intención de poder encontrar y profundizar todo lo relacionado con los conceptos “comunicación y lenguajes”, los principales autores y referentes fueron Duval, Vergnaud (2014) reconocidos en el medio académico por la importancia de sus estudios de corte cognitivo, para poder llegar a unos excelentes resultados se decidió averiguar sobre todos las posibles soluciones para una mejoría en la resolución de problemas matemáticos donde consideramos la necesidad de entrenar al alumnado en las situaciones concretas en las que él no tenga ninguna experiencia, ni posibilidad de tenerla y así los maestros serán más precisos en este aspecto cuando se ocupen con detenimiento en todas y cada una de las situaciones (Moreno, 2010). Con esto se logró llegar a una de las conclusiones más importantes, las cuales sustentan que el mayor problema para el aprendizaje de las matemáticas no es la dificultad de los conceptos propios del área, sino en la forma en que estos son transmitidos a los estudiantes. Este estudio aporta importantes orientaciones a nuestro proyecto debido a que nos permite tener un amplio concepto sobre la comunicación y el lenguaje logrando entender con mayor claridad que son de vital importancia para que exista un manejo apropiado en dicha área. Ahora bien, los autores Puga, Rodríguez y Toledo (2016), realizaron diversas reflexiones para entender con claridad el lenguaje de las matemáticas conectado con el conocimiento y el aprendizaje, viabilizando la búsqueda de un aprendizaje significativo donde prime la necesidad de un cambio en el enfoque y mediación del proceso de enseñanza de las matemáticas. Por otro

lado, Loris Malaguzzi fue el iniciador e inspirador de la metodología educativa en 1946 de las escuelas de Reggio Emilia. Estos planteles educativos no disponen de un currículum establecido al cual los infantes deban ceñirse, por el contrario, los docentes toman el rol de facilitadores para que los pequeños puedan desarrollar con autonomía cada una de sus dimensiones, a la vez que van registrando el progreso de cada uno. Un factor muy importante durante la ejecución de este programa fue la comunicación y la familia, quienes son parte esencial de cada momento, es así como funciona eficazmente su metodología de aprendizaje.

La formación comprende materias relacionadas con la didáctica, la psicología evolutiva, la educación para la autonomía y salud, el juego y la familia, los resultados obtenidos frente a estas propuestas fueron de gran relevancia para determinar cuán importante es contribuir a una educación que resalte todos los lenguajes que el niño tiene. Esta investigación contribuye de manera positiva a nuestro proyecto debido que se defiende la postura de que los niños y niñas tienen derecho a desarrollar su potencial por sí mismos, de esta forma obtendrán estudiantes capaces de enfrentar libremente las diferentes barreras de la sociedad. Así mismo, consideramos importante esta teoría debido a que nos amplía la manera de ver las formas de expresión que mantienen los infantes durante su formación, y los beneficios de un buen acompañamiento por parte de los docentes, para lo cual es necesario desarrollar y utilizar un excelente material didáctico donde este les permita ser autosuficientes dentro del proceso de aprendizaje.

***Educación virtual, aprendizaje autónomo y construcción de conocimiento.***

Siguiendo a Varón y Agosto (2012) se puede argumentar que la implementación de las TIC's son una herramienta para que los educandos puedan ser protagonistas de sus propios aprendizajes, siendo este un medio fundamental para generar autonomía, disciplina, compromiso e interés por investigar y buscar la apropiación de sus conocimientos.

En síntesis, se muestra la necesidad de que los estudiantes asistan a ambientes competentes para la adquisición de sus conocimientos de forma independiente, así tendrán la posibilidad de desarrollar pensamientos críticos y reflexivos frente a lo que observa, de la misma manera que su participación puede ir encaminada a lo que desea aprender realizando una combinación entre lo tecnológico y lo experimental. Por otra parte, Varón y Cesar (2012) relacionaron durante su estudio el aprendizaje autodirigido con la educación a distancia, sustentan principalmente que durante este proceso los medios de comunicación funcionan como aliados para lograr una comunicación durante los procesos, aportando al estudiante el desarrollo de la autonomía, la autorregulación, la disciplina y los buenos hábitos de estudios. Para este trabajo investigativo se incorporó una población de treinta estudiantes de pregrado de los diferentes programas del Politécnico Grancolombiano de la modalidad presencial y un grupo de treinta estudiantes de las carreras ofertadas por esta misma institución inscrita en modalidad de educación virtual.

***Diseño de entornos para el desarrollo de la autonomía del aprendizaje.*** Este documento se relaciona directamente con lo planteado por Rodríguez (2004) en su artículo, donde destaca la importancia de los ambientes preparados que fomentan autonomía e independencia durante la construcción del propio aprendizaje del individuo llevándolo a obtener un mejor rendimiento académico. Este autor busca que los estudiantes a pesar de que

no se encuentre en un aula puedan y sean capaces de desarrollar un aprendizaje autónomo basado en la guía que les brinda el docente o tutor, apuntando a que este con sus propios medios pueda lograr y entender cada uno de los procesos educativos. Se concibe el propósito principal de esta investigación como una manera de rescatar que cada estudiante vive el aprendizaje de manera diferente, así como desarrolla diferentes habilidades en la ejecución de este mismo dependiendo de las circunstancias y de las situaciones que intervengan durante la adquisición del conocimiento. La definición más relevante en esta investigación es la de autonomía, la cual desempeña un papel fundamental dentro de contexto de la educación y la formación de las personas, ya como lo mencionan Ferroni, Velásquez y Chavarro (2005), el aprendizaje es un proceso autónomo donde el estudiante hace la apropiación de los conocimientos teóricos y los aplica a partir de la toma de conciencia sobre su responsabilidad por cuándo, cómo y cuánto debe aprender, para saber más y mejor sobre un área o un quehacer específico. En *aprendizaje autodirigido y el desempeño académico* (2005), Narváez y Prada reconocen la importancia de que el estudiante sea protagonista de su propio aprendizaje mediante el fortalecimiento de procesos emocionales, metacognitivos y motivaciones durante el proceso de enseñanza – aprendizaje. Durante este proceso se desarrolla la autonomía en el aprendizaje, con el fin de observar los cambios que se tienen que producir en el aula, para ir superando el modelo tradicional, en el que los profesores se limitan a proporcionar una información que el alumno recibe de forma pasiva para, después, a través de la evaluación final, dar constancia de que ha sido capaz de aprenderla.

Esa llamada “capacidad” la desarrolla él solo, al margen de la intervención del profesor, quien, a lo sumo, resuelve dudas o realiza determinados ejercicios a los que

denominamos práctica, controlando siempre, no obstante, las respuestas en detrimento del proceso de aprender Rodríguez, (2004)

*Entornos para aprender a través de la práctica basada en proyectos o resolución de problemas.* Se inició de la observación de la práctica, a través de situaciones reales, se elaboraron y se analizaron las tareas y actividades como aprender a aplicar los conocimientos adquiridos a situaciones prácticas, creando una buena disposición en el alumno para aprender en colaboración; desarrollaron técnicas de trabajo en grupo y esto le permitió tomar decisiones grupalmente. Se pudo correlacionar que el aprendizaje dirigido que los estudiantes obtuvieron fue a causa de la involucración en el aprendizaje. A pesar de los inconvenientes que básicamente atiende el profesorado, la gratificación final por los resultados obtenidos merece el esfuerzo realizado. Por lo que respecta a los estudiantes, no se ha encontrado resistencia al cambio. En contra de lo que creen muchos profesores, el sistema tradicional de carácter unidireccional termina por aburrir a los alumnos y hace que no tengan motivación para asistir a clase (los apuntes los puede tomar otro compañero por él) y que no se sientan protagonistas del proceso enseñanza-aprendizaje cuya finalidad es que los estudiantes lleguen a ser autónomos para aprender determinadas competencias específicas y genéricas de acuerdo con las demandas de la sociedad del siglo XXI. De esta investigación se afirma que es necesario crear contextos de aprendizaje centrados en el aprendiz y lo que pretendemos es que éste construya unos conocimientos que incluyan: “el saber, el saber hacer, el saber ser y el saber estar”, entendiendo que las estrategias que se deben utilizar son aquellas que estén basadas en la participación del alumno, en una implicación directa, donde ellos aprenden a valorar las posibilidades y se comprometan en el logro de metas u objetivos concretos. Así mismo, los pedagogos Narváz y Prada (2005), desarrollaron diversas observaciones para determinar las dimensiones que se

estimulan durante la aplicación del aprendizaje autodirigido, así como los aspectos emocionales que intervienen en el proceso de aprendizaje de los estudiantes dentro del aula.

*Cambios en las concepciones y en las prácticas pedagógicas que poseen los docentes sobre el ambiente de aula donde se promueve la enseñanza de la matemática desde el enfoque constructivista.* Marín (2017), apoya la idea de una construcción de aprendizaje autónomo y libre dentro del aula de clases, posibilitando que el educando sea constructor de su propio conocimiento, así como resalta la utilización de estrategias adecuadas para lograr ambientes creados desde una perspectiva social. Se infiere que los resultados de esta investigación, a pesar de que los estudiantes no manejan estrategias metacognitivas dirigidas a la planificación, control y modificación de su cognición y su motivación positiva, se mantuvieron en buen funcionamiento para aplicar cada estrategia impartida por el docente.

En relación con los planteamientos de Marín (2017) sobre las concepciones que poseen de la enseñanza y cómo afecta esto a sus prácticas pedagógicas, se centra desde este punto de vista en principios constructivistas que encajan en el modelo pedagógico institucional debido a que conecta con los procesos de enseñanza y el manejo de ambientes de aprendizaje desde una perspectiva humanista. El propósito central de esta investigación es observar el rol del docente desde su práctica pedagógica entendiendo que de este depende el dinamismo utilizado en cada una de las actividades matemática generadas para los estudiantes y por consiguiente los cambios que ocurren en sus prácticas pedagógicas, los cuales les permitirán realizar transformaciones de aula. El marco teórico más importante de esta investigación es que conceptualiza la matemática y se ubica en el ambiente de lógica y resolución de problemas, precisamente sobre la base del sistema de sus propias convicciones respecto al área, por tanto, la base de las concepciones determina no solo las modalidades de

inserción, sino también las sensaciones que el individuo experimenta después que la relación se da. De esto se deduce, siguiendo a Franke (1992), la imposibilidad de separar el conocimiento de la matemática y la convicción sobre esta misma en los profesores, proponiendo estrategias basadas en el método inductivo, que parte en forma particular del contraste entre experiencias y creencias de los docentes para ser validados por aspectos estrictamente generales, ya que lo que se busca con los instrumentos de medición es indagar el análisis de tendencia para así suponer una generalidad en la proyección de las prácticas educativas, de esta manera se validaría con el marco referencial-conceptual verificando la cercanía o distanciamiento con los criterios propuestos. No se pudo correlacionar y evidenciar vínculos entre las nuevas acciones adquiridas después del trabajo realizado en la mesa del círculo de estudios de la formación situada con respecto a las concepciones que mantenían sobre el aprendizaje, toda vez que estas se reflejaron en una metodología que comprendiera la construcción de conocimientos.

***El pensamiento reflexivo o pensamiento crítico.*** Las ideas de León y Bustamante (2014) se relaciona directamente con lo planteado aquí, debido a que defienden las posturas constructivistas que deben abordarse en cada uno de los procesos llevados en el aula de clases, en los cuales se fortalecen las habilidades de cada estudiante, así como la estimulación de un pensamiento crítico y reflexivo. Los resultados de este estudio se enlazan con la intención del presente proyecto de investigación debido a que la prevalencia de una disociación entre las prácticas de docentes actuales que encierran un sinnúmero de características singulares basadas en una tendencia clásica para la enseñanza de los aprendizajes, buscando la aplicación de una cultura constructivista ligada a la realidad contextual que viven cada uno de los estudiantes. Según los investigadores León y

Bustamante (2014), el pensamiento reflexivo o crítico es una formulación que surge de una actitud intelectual conectada a la actitud actual, ligados directamente a cada uno de los procesos cognitivos que desarrollan los seres humanos. Autores como Sternberg (1986) relacionan el pensamiento crítico con una meta debido a los procesos, estrategias y representaciones mentales que las personas utilizan para resolver problemas, tomar decisiones y aprender nuevos conceptos. Poco después, en un estudio en el que se reunieron 46 filósofos, educadores, científicos sociales y físicos para desarrollar una tarea Delphi concibieron que el pensador crítico ideal es habitualmente inquisitivo, bien informado, confiado en la razón, de mente abierta, flexible, equilibrado en la evaluación y honesto al enfrentar sus sesgos. Basado en ello, el propósito de este artículo busca que los estudiantes en los inicios de una carrera universitaria desarrollen un pensamiento crítico que ayuden a mejorar sus habilidades para que con ello aprendan a involucrar e intercambiar puntos de vistas desde cualquier ambiente entre ellos mismos. El teórico más relevante en esta investigación es Paul (1992), el cual argumenta que los estudiantes aprenden mejor cuando su pensamiento involucra un extenso intercambio de puntos de vista o marcos de referencia; por ejemplo, discusiones focalizadas, seminarios dirigidos por ellos mismos, aprendizaje basado en problemas, y el método de la controversia académica. Por otra parte, la metodología que se aplicó es de carácter descriptiva, en la cual se busca conceptualizar a los lectores sobre el pensamiento crítico o reflexivo involucrándolos en diferentes campos. No se pudo correlacionar el pensamiento reflexivo, se utilizaron diversas desde diferentes puntos de vistas y no fue posible, lo que indica que el pensamiento crítico continúa siendo un desafío para psicólogos y educadores de todo el mundo. La universidad peruana debería abandonar la retórica que implementa para ello y asumirlo como un objetivo explícito de investigación, específicamente como una

estrategia experimental para sus programas educativos. En conclusión, cada uno de los planteamientos abordados se relacionan con lo abordado en el presente proyecto de investigación debido a que establece una visión acertada acerca del desarrollo de un proceso educativo que despierta competencias acordes al contexto en que se encuentra el estudiante, puntualizando en el fortalecimiento de un pensamiento crítico o reflexivo que los lleve a tener una visión clara acerca de las situaciones cotidianas.

### **Marco Conceptual**

#### **Pensamiento matemático**

Tomando como referencia este concepto se puede considerar las matemáticas como: “un lenguaje que implica que los alumnos deben conocer los rasgos estructurales presentes en el discurso matemático (términos, hechos, signos, símbolos, procedimientos y habilidades para ejecutar ciertas operaciones), y aprender a utilizar esos conceptos para resolver problemas en una variedad de contextos”. OECD, (2007). Este se puede desarrollar a partir de los saberes previos de los estudiantes en sus contextos con nociones acerca de los procesos de suma y resta con cantidades y se van ampliando según la edad y el grado de dificultad en el que se encuentre el estudiante.

*Desarrollo del pensamiento matemático.* Se puede entender como el proceso complejo resultante de múltiples factores, uno de ellos tiene que ver con el proceso de desarrollo fruto del complejo sistema de interrelaciones entre lo físico y el medio físico, social y cultural; además está en el de las construcciones de los estudiantes, fruto de sus experiencias con el mundo natural incluidas las experiencias escolares y extraescolares. (Alcaldía Mayor de Bogotá, Secretaría de Educación, 2007).

***El problema en el aprendizaje del pensamiento numérico.*** Está relacionado con la dicotomía que existe entre el mundo de los objetos representantes y el mundo de los objetos representados; el mundo de las operaciones mentales y el mundo de las operaciones físicas; y las representaciones internas y las representaciones externas que se tienen del mundo. En este sentido, para que los estudiantes comprendan y manejen adecuadamente su pensamiento numérico, es necesario que aprendan a reconocer las actividades relacionadas con los sistemas de representación que deben emplear en determinado caso. Esta meta exige que el docente emplee diversas actividades de enseñanza, que le posibiliten al estudiante decodificar el lenguaje matemático, acorde con sus propias representaciones de la realidad, a través de diversos sistemas de representación. De esta forma, el estudiante será capaz de interiorizar y conceptualizar los conocimientos mínimos que necesita manejar sobre el pensamiento numérico.

***Habilidades del pensamiento matemático.*** El uso del término de habilidades del pensamiento hace referencia a esa dimensión referida a la comprensión del pensamiento; específicamente el numérico, como la comprensión general que tiene una persona sobre los números y las operaciones, junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones.

***Uso de herramientas digitales en primaria.*** En la actualidad, y gracias al uso de las herramientas digitales encontradas en la web, los estudiantes, docentes y personas tienen acceso a conocer algunas de ellas y así fortalecer sus capacidades o ampliar sus aprendizajes frente a temas como lo son las áreas del conocimiento y todo lo existente alrededor; indiscutiblemente están relacionados con las TIC, que han permeado estas nuevas estrategias

y formas de conocimiento permitiendo aprender de manera diferente pero llegando siempre a un aprendizaje significativo.

*Didácticas de las matemáticas y cómo adquirir conocimientos numéricos.* Quienes están vinculados con la didáctica de las matemáticas consideran que las y los estudiantes deben adquirir diversas formas de conocimientos matemáticos en y para diferentes situaciones, tanto para su aplicación posterior como para fortalecer estrategias didácticas en el proceso de aprendizaje y enseñanza. Ello exige, obviamente, profundizar sobre los correspondientes métodos de aprendizaje y, muy particularmente, sobre técnicas adecuadas para el desarrollo de la enseñanza. Estos métodos y técnicas pueden ser categorizados en grandes grupos, lo cual será uno de los objetivos del presente trabajo. La enseñanza de la matemática se realiza de diferentes maneras y con la ayuda de muchos medios, cada uno con sus respectivas funciones; uno de ellos, el más usado e inmediato, es la lengua natural (Beyer, 1994; Skovsmose, 1994; Serrano, 2003). En la actualidad, la computadora y sus respectivos programas se ha convertido en el medio artificial más difundido para el tratamiento de diferentes temas matemáticos que van desde juegos y actividades para la educación matemática elemental hasta teorías y conceptos matemáticos altamente complejos, sobre todo en el campo de las aplicaciones. Esos medios ayudan a los docentes para un buen desempeño en el desarrollo del proceso de aprendizaje y enseñanza. Se puede caracterizar la enseñanza como un proceso activo, el cual requiere no solamente del dominio de la disciplina, en nuestro caso de los conocimientos matemáticos básicos a ser trabajados con los estudiantes y aquellos que fundamentan o explican conceptos más finos y rigurosos necesarios para la comprensión del mundo de las matemáticas, sino del dominio adecuado de un conjunto de habilidades y

destrezas necesarias para un buen desempeño de nuestra labor como profesores de matemáticas.

***Lenguaje y pensamiento, y su relación con el conocimiento de las matemáticas.***

Lenguaje, pensamiento y conocimiento, pragmática: comunicación y uso del lenguaje, el lenguaje matemático y su carácter comunicativo, la relación entre el lenguaje formal e informal.

***El objeto de las matemáticas y el campo educativo.*** Indagación a nivel macro del objeto de las matemáticas y el campo educativo.

- Teorías en torno a la cuestión de la enseñanza de las matemáticas: investigaciones acerca de la didáctica de las matemáticas en Educación Infantil en los últimos años.
- Impulso de las organizaciones en torno a la investigación y divulgación de las diferentes formas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.
- Metodologías surgidas en los últimos años en cuanto a la enseñanza de las matemáticas.
- Concepto de problemas en el campo matemático y situación problema en el campo educativo.

***Indagación a nivel micro del objeto de las matemáticas y el campo educativo.*** La presencia de las matemáticas en la vida cotidiana, planificación y diseño del contexto de enseñanza-aprendizaje, organización del aula de Educación Infantil y su relación con el aprendizaje matemático, el juego y las matemáticas, evaluar contenidos en matemáticas en Educación Infantil.

## **Lenguaje matemático**

Es un mecanismo de comunicación, que le permite a cada docente generar parámetros que lleven a los estudiantes a entender de manera correcta y practica todo lo que conllevan los procesos lógico matemáticos, desarrollando la habilidad y destreza de entender y comprender lo símbolos, gráficas y cálculos que se encuentran durante esta área, permitiéndole de esta manera desarrollar otro tipo de conocimientos, tales como el físico y social, partiendo que solo de la abstracción que se aprende con las matemáticas será posible abarcar dicho lenguaje. Por otra parte, el lenguaje matemático, siguiendo a López (2008), es una forma de comunicación a través de símbolos especiales para realizar cálculos matemáticos, algunos ejemplos cotidianos pueden llevarnos a detallar dicha diferencia; en el lenguaje natural, sumar es aumentar y restar es disminuir, mientras que en el lenguaje matemático, sumar es aumentar o disminuir (si se suma un número negativo), por otra parte, cuando se dice un número, en el lenguaje natural se refiere a uno cualquiera determinado, mientras que en el lenguaje matemático se refiere a todos los números; en el lenguaje matemático una curva simple es una curva que no se corta a sí misma, aunque su forma sea extraordinariamente complicada. El pensamiento lógico matemático, según Piaget (1920), es abstracto, no existe en el mundo físico o real. Es producto del orden que le den las personas a los objetos observados. Por eso, de las enseñanzas de Piaget podemos extraer algunos razonamientos que permitirán facilitar el proceso de aprendizaje de matemáticas de los niños, algo tremendamente importante si tenemos en cuenta que es una de las materias que más se resisten y que más complicadas resultan a una gran cantidad de niños (y también mayores). Cuando un conocimiento matemático es procesado no se olvida, porque la experiencia proviene de la acción y no de la pasividad de la observación.

## **El pensamiento lógico-matemático**

Es una actividad intelectual, pero antes de ser asimilado como tal, los niños deben pasar por un proceso previo en su etapa preescolar. Por eso, en esta etapa los niños deben aprender a clasificar, a seriar y a tener noción de los números. Esto es lo que permitirá los niños tengan un cierto orden abstracto mental necesario para la actividad intelectual de las matemáticas. Los docentes y padres deben facilitarles a los niños en su etapa preescolar procesos de aprendizaje donde se relacionen los objetos reales (como una silla o una persona) con los abstractos (como los números), es importante hacer énfasis en el aprendizaje de la clasificación de las cosas, clasificaciones que se hacen en función de las semejanzas, diferencias y características en general de los objetos.

Para Piaget, el conocimiento lógico-matemático es necesario para desarrollar los otros dos tipos de conocimientos, el conocimiento físico y el conocimiento social, pues solo de la abstracción que se aprende con las matemáticas, es posible aprender las normas convencionales sociales y la abstracción de la energía no visible. Piaget y Vygotsky parten del supuesto de que el aprendizaje es un proceso organizado y estructurado (Pozo, 1989); precisamente por esta coincidencia es posible encontrar similitudes entre las líneas de investigación desarrolladas por ambos (Cole & Wertsch, 2000). Sin embargo, existen diferencias sutiles en cuanto a las implicaciones que ese supuesto tiene en la forma de concebir la enseñanza de las matemáticas. El paradigma psicogenético sugiere que los profesores son productores de secuencias didácticas con las que los estudiantes pueden construir su propio conocimiento. Esto no quiere decir que la enseñanza tenga un papel secundario en el aprendizaje (Lerner, 1996). Para Piaget (1948), la enseñanza es un espacio donde el profesor crea problemas útiles para los estudiantes. En lo relacionado con la didáctica de la matemática, Bishop (2010) resalta tres grandes focos de interés en didáctica de la matemática, teniendo siempre presente el contexto en el que se sitúan los

procesos. Un primer gran foco de interés está ligado a las matemáticas y el currículo; la selección de contenidos, su secuenciación, la relación entre tópicos matemáticos y entre estos tópicos con otras asignaturas, los procesos ligados a la práctica matemática, etc. Por otro lado, el segundo gran foco hace referencia a la enseñanza de las matemáticas y el profesorado: la formación docente, el conocimiento y el desarrollo profesional, los procesos de explicación, comunicación y evaluación, la gestión de interacciones en clase, etc. Y finalmente, un tercer gran foco sobre el aprendizaje de las matemáticas y los aprendices: el desarrollo y las características del aprendizaje de los diversos tópicos y los procesos matemáticos, el perfil afectivo y emocional (emociones, creencias, actitudes) hacia las matemáticas y su interrelación con el aprendizaje, la diversidad del alumnado, etc.

### **El aprendizaje matemático**

Se concibe como un fenómeno de complejo interés principalmente didáctico que se presenta en todos los niveles educativos, esto debido al bajo rendimiento de los estudiantes, lo que genera una preocupación que se observa en los resultados obtenidos en países latinoamericanos, como se da en el caso de las pruebas de OECD (2013) colocándolos por debajo de la media internacional; y que en cierta forma este rendimiento lo manifiestan los estudiantes cuando no logran la estructuración de un pensamiento matemático adecuado. La matemática no es sólo un análisis de conceptos y ecuaciones, ésta va más allá, es razonar y conjeturar. En la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau (1998) se define como un conjunto de relaciones, explícita e implícitamente establecida, entre un alumno o varios, el lugar de trabajo (salón de clases, instrumentos o materiales) y el docente, con el fin establecido de permitir a los alumnos aprender. (García, 2015). El aprendizaje de la matemática se puede expresar mediante el lenguaje, sentimientos en cada momento, así cuando se elabora una

evaluación, al leer e interpretar un documento, al resolver un problema o ejecutar una demostración lo cual es motivante para el estudiante. (Peña y Rodríguez, 2016). El uso de los materiales didácticos en una clase de matemáticas protagoniza una alternativa a tener en cuenta a la hora de elaborar y crear actividades de aprendizaje para que estas propongan a los discentes unos verdaderos retos o interrogantes, ya que mediante los materiales didácticos se intenta que los alumnos/as lleven a cabo la investigación y búsqueda de soluciones de manera independiente, que sean responsables de sus propias capacidades y sobre todo que muestren interés de manera liberal por todo aquello que les rodea e incluso que disfruten de ello; en definitiva, que aprendan. (Navarrete, 2017). La enseñanza de la matemática donde predomina el método sobre el resto de los contenidos constituye un excelente espacio para lograr los fines señalados. Sausen y Guérios (2010) señalan que una de las metas de la enseñanza de la matemática es estimular a los estudiantes a pensar de manera fecunda, propiciar el razonamiento lógico, de modo eficaz e inteligente, que luego le permita resolver situaciones diversas tanto en la escuela como fuera de esta. (Lozada y Díaz, 2018). Existen diversos modelos teóricos que explican cómo aprenden las personas de manera autónoma. Estos modelos se clasifican en lineales, interactivos e instruccionales. Mientras los modelos lineales requieren que las personas avancen a través de fases sucesivas en la autodirección del aprendizaje, los modelos interactivos consideran la mutua dependencia, aunque no lineal y menos estructurada, entre diversos elementos de la persona y del contexto del aprendizaje. Finalmente, en los modelos instruccionales, propios de contextos educativos, el docente actúa como facilitador del aprendizaje autónomo de sus estudiantes. Las prácticas de aprendizaje autónomo se articulan en un proceso que posee elementos conceptuales distintivos. (Serda y Saiz, 2018). El aprendizaje dirigido por el profesor asume que la motivación de los alumnos responde a recompensas y castigos externos. El aprendizaje autodirigido asume

que los estudiantes se motivan mediante iniciativas internas, como la necesidad de estima (especialmente autoestima), el deseo de alcanzar algo, la urgencia de crecer, la satisfacción de haber cumplido, la necesidad de conocer algo concreto y la curiosidad. (Malcom, 2019).

### **Aprendizaje autodirigido y desempeño académico**

Es parte del objetivo central de la educación, y en especial de las universidades, formar aprendices autónomos, que sean capaces de dirigir y monitorear su propio proceso de aprendizaje. De aquí surge el interés por investigar los aspectos que sabemos están relacionados al concepto de aprendizaje autodirigido, como es la motivación, y éstos a su vez relacionados con el rendimiento académico de los alumnos. Este fue el objetivo de la presente investigación: analizar los resultados sobre la disposición para el aprendizaje autodirigido en un grupo de alumnos de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas (UPC), analizar el nivel de correlación con el rendimiento académico, así como explorar los factores motivacionales que podrían estar o no dirigiendo el interés hacia el estudio en estos alumnos.

### **El estudio y trabajo autónomo del estudiante**

El estudio y trabajo autónomo es una modalidad de aprendizaje en la que el estudiante se responsabiliza de la organización de su trabajo y de la adquisición de las diferentes competencias según su propio ritmo. Implica por parte de quien aprende asumir la responsabilidad y el control del proceso personal de aprendizaje, y las decisiones sobre la planificación, realización y evaluación de la experiencia de aprendizaje.

### Capítulo III

#### Marco Metodológico

##### Enfoque, paradigma, tipo y diseño de la investigación

El siguiente aparte hace referencia a la metodología establecida durante la ejecución del presente proyecto de investigación, con la finalidad de dar cumplimiento a los objetivos planteados. La metodología de la investigación científica es considerada como el conjunto de criterios que permiten organizar de forma general la acción y la forma de dirigir un concluyente proceso de manera eficaz para lograr los resultados deseados. El actual proyecto de investigación es de enfoque cualitativo, con un diseño de investigación – acción y un paradigma interpretativo.

Método de Pólya para resolver problemas matemáticos. Para resolver un problema se necesita;

Paso 1: Entender el problema ¿Cuál es la incógnita?, ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál es la condición? ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita? ¿Es insuficiente? ¿Redundante? ¿Contradictoria?

Paso 2: Configurar un plan ¿Te has encontrado con un problema semejante? ¿O has visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente? ¿Conoces algún problema relacionado con éste? ¿Conoces algún teorema que te pueda ser útil? Mira atentamente la incógnita y trata de recordar un problema que sea familiar y que tenga la misma incógnita o una incógnita similar. He aquí un problema relacionado al tuyo y que ya has resuelto ya. ¿Puedes utilizarlo? ¿Puedes utilizar su resultado? ¿Puedes emplear su método? ¿Te hace falta introducir

algún elemento auxiliar a fin de poder utilizarlo? ¿Puedes enunciar al problema de otra forma? ¿Puedes plantearlo en forma diferente nuevamente? Recurre a las definiciones.

Si no puedes resolver el problema propuesto, trata de resolver primero algún problema similar. ¿Puedes imaginarte un problema análogo un tanto más accesible? ¿Un problema más general? ¿Un problema más particular? ¿Un problema análogo? ¿Puede resolver una parte del problema? Considera sólo una parte de la condición; descarta la otra parte; ¿en qué medida la incógnita queda ahora determinada? ¿En qué forma puede variar? ¿Puedes deducir algún elemento útil de los datos? ¿Puedes pensar en algunos otros datos apropiados para determinar la incógnita? ¿Puedes cambiar la incógnita? ¿Puedes cambiar la incógnita o los datos, o ambos si es necesario, de tal forma que estén más cercanos entre sí?

¿Has empleado todos los datos? ¿Has empleado toda la condición? ¿Has considerado todas las nociones esenciales concernientes al problema?

Paso 3: Ejecutar el plan. Al ejecutar tu plan de la solución, comprueba cada uno de los pasos; ¿Puedes ver claramente que el paso es correcto? ¿Puedes demostrarlo?

Paso 4: Examinar la solución obtenida ¿Puedes verificar el resultado? ¿Puedes el razonamiento? ¿Puedes obtener el resultado en forma diferente? ¿Puedes verlo de golpe? ¿Puedes emplear el resultado o el método en algún otro problema?

**Paradigma interpretativo**

**Tabla 2**

*Investigación-acción*

Dimensión	Paradigma interpretativo	Análisis explicativo
-----------	--------------------------	----------------------

Interés	Busca, en primera instancia, asociar y caracterizar la incidencia que tiene el aprendizaje autodirigido en el logro del lenguaje lógico matemático durante los procesos de enseñanza – aprendizaje en el aula de clases.	El objetivo de dicha investigación es fortalecer las capacidades, de comprensión y resolución de problemas.
Finalidad de la investigación	El aprendizaje autodirigido fortalece los procesos de enseñanza del lenguaje en la resolución de problemas.	Describir las dificultades que presentan los estudiantes a la hora de adquirir conocimientos en el área de matemáticas.

*Fuente. Elaboración propia.*

Esta investigación está enmarcada en un paradigma interpretativo, el cual busca en primera instancia asociar y caracterizar la incidencia que tiene el aprendizaje autodirigido en el logro del lenguaje lógico matemático durante los procesos de enseñanza – aprendizaje en el aula de clases, enfocados en la resolución de problemas. En concordancia con lo que plantea Martínez (2009), quien explica que este lenguaje es formal y abstracto, y que durante su adquisición se recurre a palabras claves, objetos y herramientas necesarias para lograr el objetivo propuesto durante la implementación de estrategias acorde al objetivo propuesto. Según Lincoln y Guba (1985) el paradigma interpretativo se caracteriza por cinco axiomas:

➤ La naturaleza de la realidad. Frente al concepto positivista de la realidad como algo simultaneo y fragmentado, el concepto de que las realidades son múltiples, holísticas y construidas; esto implica la renuncia al ideal positivista de la predicción y del control. El objetivo la investigación pasaría a ser la comprensión de los fenómenos.

➤ La relación entre el investigador u observador y lo conocido. Frente al concepto positivista del dualismo y de la independencia del investigador y del objeto investigado, el conocer de la interacción y la influencia entre el sujeto cognoscente y lo conocido. Se postula que ambos son inseparables.

➤ La posibilidad de generalización. Frente a la aspiración positivista del desarrollo de un cuerpo nomotético de conocimientos bajo la forma de generalizaciones universales, la aspiración de desarrollar un cuerpo ideográfico de conocimientos capaz de describir el caso objeto de indagación.

➤ La posibilidad de nexos causales. Frente a la suposición positivista de que toda acción puede ser explicada como el resultado de una causa real que la precede en el tiempo, la suposición de que los fenómenos se encuentran en una situación de influencia mutua. Por lo que no resulta factible distinguir causas de efectos.

➤ El papel de los valores en la investigación. Frente al planteamiento positivista de una investigación libre de valores, el planteamiento de que cualquier tipo de actividad investigadora está comprometida con los valores.

En concreto, la investigación está influida por:

- el investigador.
- la elección del paradigma desde el que se trabaja.

- la elección de la teoría sustantiva utilizada para guiar la recogida y el análisis de los datos y la interpretación de los resultados.
- los valores que forman parte del contexto en el que se desarrolla el trabajo.

### **Enfoque de la investigación**

El estudio se desarrollará bajo un enfoque cualitativo, donde se le posibilita al estudiante utilizar la observación y la acción como una manera de fortalecer sus habilidades, desarrollar el pensamiento crítico y autorreflexivo orientado desde las transformaciones sociales que ocurren en su contexto, se contemplan como ventajas de este; las deducciones y descripciones que permite realizar sobre la información adquirida, además de captar la realidad social que reflejan quienes están siendo protagonistas del proceso y están teniendo la oportunidad de ser co-constructores de su propio aprendizaje. (Bonilla, 1997).

Según las teorías de Taylor y Bogdan (1984), el objetivo de la investigación cualitativa es el de proporcionar una metodología de investigación que permita comprender el complejo mundo de la experiencia vivida desde el punto de vista de las personas que la viven. Dentro de las características básicas de los estudios cualitativos, los autores señalan que son investigaciones centradas en los sujetos, que adoptan la perspectiva del interior del fenómeno a estudiar de manera integral o completa. Por otra parte, comentan que el proceso de indagación es inductivo y el investigador interactúa con los participantes y con los datos, buscando respuestas a preguntas que se centran en la experiencia social, cómo se crea y cómo da significado a la vida humana.

Abordando este enfoque desde las perspectivas de González (2000), se considera dentro de la epistemología cualitativa el conocimiento como una producción constructiva e interpretativa de carácter interactivo, que busca durante el proceso de producción darle un alto

significado a la singularidad de pensamientos como nivel esencial de la producción del conocimiento en los seres humanos.

### **Diseño de investigación**

Dentro de los diseños de investigación cualitativa se encuentran varios modelos que de acuerdo con Hernández, Fernández y Baptista (2014), tienen que ver con el contexto en donde se esté desarrollando. Se abordan aquí uno de los más comunes, el diseño de investigación-acción. Por lo tanto, se considera la investigación-acción el diseño por el cual se inclina esta investigación, teniendo en cuenta que esta toma una problemática de la comunidad para darle respuesta a través de este proyecto donde se pretende caracterizar el nivel de competencias en la resolución de problemas en lo que compete al razonamiento mediante el aprendizaje autodirigido en estudiantes de segundo grado. Durante este trabajo se emplea las entrevistas, reuniones grupales, cuestionarios con preguntas abiertas y cerradas que permiten describir el nivel de los estudiantes en el área matemática, de esta manera se pretende generar una solución específica para propiciar el cambio social y educativo. Basándonos en lo anterior, es importante anotar que en este diseño (investigación acción), se pretende que la autorreflexión de los estudiantes sobre su papel en el proceso de formación. Este mismo es el objetivo que se busca con el lenguaje matemático guiado del aprendizaje autodirigido, lograr que los estudiantes fortalezcan su razonamiento mediante la proyección de puntos críticos y analíticos que les permitan ser mediadores de su crecimiento académico. (Pérez Gómez, Ángel, 2000). Nos basamos en los argumentos de Teppas (2012), quien da a conocer la investigación-acción participativa desde los ámbitos del conocimiento; se centra en dos paradigmas socio críticos y la teoría crítica de la educación donde hace referencia a que los educandos deben ser autónomos de su propio conocimiento, donde los maestros sean solo mediadores y no trasmisores del conocimiento,

siendo esta una manera de desarrollar en los estudiantes la autocrítica, reflexión y autodidáctica. De igual forma, menciona los tres puntos importantes de la investigación-acción participativa donde resalta la importancia de ellos para cada uno de los momentos básicos de una investigación: instigación, elaboración del plan, ejecución del plan, en donde se realiza la observación-acción; producción; y, por último, transformación, donde se ajusta el plan con el fin de ver los resultados en la investigación, generando un espacio de reflexión. Todos los puntos mencionados anteriormente son de vital importancia para poder llevar una buena y organizada IAP, dándole bases científicas a la investigación para obtener credibilidad. Elliott (2018), define la investigación-acción dentro de la escuela como punto directo para relacionarse con los problemas que suceden, teniendo en cuenta que está estrechamente relacionados con aquellos que son prácticos, dejando a un lado los teóricos, donde las soluciones son propuestas directamente por el equipo docente. El propósito de la investigación-acción se fundamenta en la indagación del problema, donde se profundiza y se diagnostica dicho problema. Esto se realiza con la intención de poder definir con claridad el problema o la situación planteada para darle una pronta solución, entendiendo que dicha solución no será inmediata, pero si secuencial, donde pueden existir diferentes desenlaces para dicho problema. La investigación-acción construye estudios de casos donde da a conocer explicaciones concretas.

### **Premisa de trabajo**

**P:** El aprendizaje autodirigido fortalece la resolución de problemas en estudiantes de segundo grado de la institución educativa FCCES.

La ejecución del presente proyecto busca fortalecer los procesos de aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes mediante la implementación de estrategias centradas en el enfoque autodirigido enfocándose en la potencialización de habilidades integrales que involucren

el desarrollo de la metacognición, partiendo en cada experiencia basada en los intereses de los educandos a través de la generación de ambientes de aprendizajes libres que conlleven al fortalecimiento de un pensamiento crítico y reflexivo de manera autónoma, todo esto con la finalidad de construir junto a ellos una mirada distinta acerca de la resolución de problemas.

El desafío de este estudio se centra en el hecho de que la investigadora pone en duda la relación que tienen las prácticas de enseñanza tradicionales sobre el conocimiento matemático en Educación Infantil con la variedad de conocimiento que construyen los niños de esta edad cuando se encuentran ante situaciones que le resultan significativas.

**Categorías.** Resolución de problemas, aprendizaje autodirigido.

**Subcategorías.** Autonomía, autorreflexión, motivación, metacognición, adición, sustracción, multiplicación, lenguaje verbal, lenguaje simbólico, lenguaje gráfico.

**Cuadro de categorías operacionales.** Mediante la siguiente tabla se da evidencia de cada una de las categorías operacionales a implementadas en el presente proyecto de investigación.

Para la operacionalización de las categorías, se eligió trabajar con técnicas como cuestionarios y entrevistas. Por otra parte, instrumentos como encuestas que fueron cuantificadas y cuya intención consistió en identificar de qué manera se fortalece la resolución de problemas mediante el aprendizaje autodirigido en la Institución Educativa Colegio Cristiano El Salvador.

**Tabla 3**

*Categorías de la investigación*

Categorías	Concepto	Def. operacional	Dimensiones	Indicadores	Instrumento
Aprendizaje autodirigido	Fomenta o estimula modos de aprendizaje en el que el individuo es responsable de aquello que aprende (UNESCO, 2006). Tiene como propósito la creación de estrategias pedagógicas que coloquen las condiciones de enseñanzas autónomas que permitan a estudiantes y docentes hacer un diagnóstico de sus	<ul style="list-style-type: none"> <li>· Describir las dificultades que presentan los estudiantes a la hora de adquirir conocimientos en el área de matemáticas.</li> <li>· Identificar las habilidades y competencias de los estudiantes en el área de matemáticas.</li> <li>· Valorar las formas en</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Educación básica primaria.</li> <li>• Habilidades y competencias Matemáticas en 2° Básica primaria.</li> <li>• Desempeño académico.</li> <li>• Procesos pedagógicos de enseñanza de las matemáticas en 2° Básica primaria.</li> <li>• Estrategias cognitivas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Estrategias utilizadas por los docentes de matemáticas.</li> <li>• Experiencias de los estudiantes.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Escala de Aprendizaje Autodirigido de Fisher “at al”. (Márquez “et al”, 2014)</li> <li>• Modelo de etapas en el aprendizaje autodirigido de Grow, G. (Narváez, et al. 2005).</li> <li>• Cuestionario de autopercepción en competencias matemáticas (Márquez, et al. 2014).</li> </ul>

	<p>dificultades y habilidades para solucionar el problema; siendo el profesor un intermediario (Tebar, 2010) bajo un método constructivista, en donde el individuo participa de manera activa en su enseñanza (Piaget, 2007).</p>	<p>que los docentes crean herramientas metodológicas para superar dichas dificultades y potencializar las habilidades y competencias en los estudiantes.</p> <p>· Valorar el desempeño académico</p>	<p>• Motivación sostenida.</p>		
<p>Resolución de problemas matemáticos.</p>	<p>Son parte integral y relevante en el proceso de enseñanza, ellas denotan las fortalezas o las bases fundamentales a la hora de adquirir conocimientos</p>	<p>• Describir la relación entre procesos de enseñanza de matemáticas y desempeño académico.</p> <p>• Identificar las herramientas</p>	<p>· Educación básica primaria.</p> <p>· Área de matemáticas 2° Básica primaria.</p>	<p>. Estrategias pedagógicas utilizadas por los docentes de matemáticas.</p> <p>· Desempeño académico de los estudiantes</p>	<p>• Cuestionario de satisfacción con metodología b-learning (Castro-Rodríguez y Lara-Verástegui, 2017; Márquez, et al. 2014).</p>

	<p>prácticos y teóricos, son todos aquellos elementos que se combinan, conocimientos, actitudes en su dimensión psicológicas, social o interpersonal, afectiva y/o emocional; según el Min. Educación en Colombia, la competencia matemática se basa en “aplicar el razonamiento matemático, con el fin de resolver problemas en situaciones cotidianas” (Figel, 2009). Estas aquí son las herramientas</p>	<p>pedagógicas utilizadas por los docentes para la enseñanza de las matemáticas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Observar cuales son las estrategias más adecuadas del aprendizaje autodirigido para la enseñanza de las matemáticas.</li> <li>• Identificar las competencias y habilidades matemática que presentan los estudiantes.</li> </ul>			<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cuestionario de autopercepción en competencias matemáticas. (Márquez, et al. 2014).</li> </ul>
--	---	---	--	--	---

	que facilitan el aprendizaje, son capacidades y condiciones fundamentales para el desempeño académico.				
--	--	--	--	--	--

*Fuente.* Elaboración propia.

**Tabla 4***Técnicas e instrumentos de evaluación*

Técnicas	Instrumentos
Entrevista	<ul style="list-style-type: none"> <li>. Formulario de pruebas diagnósticas de resolución de problemas de sustracción adición.</li> <li>. Formato de prueba finales en la resolución de problemas de sustracción, adición y multiplicación.</li> <li>. Formato de pruebas de seguimiento en la resolución de problemas de adicción, sustracción y multiplicación.</li> </ul>
Entrevista	. Guía de preguntas para el desarrollo de experiencias matemáticas basados en el enfoque del aprendizaje autodirigido.
Identificación del problema	Se logra identificar que la mayoría de los niños no reconocen los temas básicos en el grado primero que deben ser aprendidos, partiendo de temas sencillos como la seriación hasta el nivel de complejidad como lo es la resolución de problemas y el trabajo autodirigido.
Análisis de resultados	Llevar a cabo un proceso académico llevado por los estudiantes en el área de matemáticas, siendo el no esperado, se opta por la opción de proponer un recurso, que permita fortalecer el desarrollo del pensamiento numérico autodirigido, siendo un recurso útil y de fácil acceso con los contenidos necesarios para los niños y niñas en la Institución Casita De Sueños.

En esta investigación se utilizaron las siguiente técnica:

**Entrevista.** Es el procedimiento mediante el cual dos o más personas interactúan a través de preguntas y respuestas sobre un asunto determinado. (Acosta, 2007).

Los instrumentos utilizados en esta investigación fueron los siguientes:

- ✓ Formato de prueba diagnóstica, final y seguimiento.

- ✓ Formato de prueba diagnóstica de adición.
- ✓ Formato de prueba final de resolución de problemas.
- ✓ Formato de seguimiento de resolución de problemas de adicción y multiplicación.

**La entrevista.** La entrevista es la técnica más empleada en las distintas áreas del conocimiento. En un sentido general, se entiende como una interacción entre dos personas, planificada y que obedece a un objetivo, en la que el entrevistado da su opinión sobre un asunto y el entrevistador recoge e interpreta esa visión particular. Cuando se habla de entrevista, con frecuencia se identifica como una técnica de investigación estructurada, así como las encuestas de actitud o de opinión y los cuestionarios. Sin embargo, cada vez más se va utilizando la entrevista desde un enfoque cualitativo, no estructurada, abierta o no estandarizada. En la metodología cualitativa, la entrevista en profundidad se entiende como los encuentros reiterados cara a cara entre el investigador y la perspectiva que un sujeto tiene respecto a su vida, experiencias o situaciones vividas.

Las características de la entrevista a profundidad son:

1. Pretende comprender más que explicar.
2. No se espera respuestas objetivamente verdaderas, sino subjetivamente sinceras.
3. El entrevistador adopta la aptitud de “oyente interesado”, pero no evalúa las respuestas (no hay respuestas correctas).
4. Se explora uno o dos temas en detalle.
5. Permite el máximo de flexibilidad en explorar un tema.
6. Favorece abordar nuevos temas en el transcurso de la misma.

7. Obtiene información contextualizada (personas, lugar etc.).
8. Las respuestas son abiertas sin categorías preestablecidas.
9. Las respuestas pueden ser grabadas conforme a un sistema de codificación flexible y abierta a cambios.
10. Se da una relación de confianza y entendimiento.

El proceso de la entrevista a profundidad es el siguiente: el entrevistador debe preparar un guion y planificar como hará la entrevista. El tipo de pregunta a plantear depende de tres factores: la longitud de la entrevista, la naturaleza de las preguntas y la naturaleza de la investigación. De cualquier manera, la entrevista en profundidad debe pasar las siguientes fases:

11. **Fase introductoria.** Tiene por finalidad facilitar información al entrevistado sobre el objetivo de la entrevista para que colabore y proporcione toda la información necesaria. Se debe iniciar con una serie de preguntas exploratorias que deben suponer entre 10 y 20 minutos.

Las preguntas suelen ser directas y discurre con intercambios rápidos de preguntas/respuestas. En este sentido se le informa de:

- El objetivo de la entrevista.
- El uso que se va a hacer de la información que facilite.
- Lo que se espera del entrevistado a lo largo de la entrevista.

12. **Desarrollo.** Es la fase en que el entrevistador comienza a hacer preguntas de acuerdo con los objetivos de la investigación y se solicita al entrevistado que dé respuestas largas. Esta segunda fase puede llevar entre 20 y 40 minutos.

13. **Final y cierre.** En esta fase se recoge información de gran calidad cualitativa, pues las respuestas suelen ser más abiertas y abstractas para ofrecer al entrevistado la posibilidad de hablar de lo que considera más importante. La duración suele ser de 20 a 40 minutos. La finalización de la entrevista debe realizarse haciendo un pequeño resumen del contenido de esta, y las aclaraciones que se consideren más necesarias.

La entrevista a profundidad se utiliza cuando:

1. Se requiere conseguir información completa
2. Se busca información confidencial o delicada
3. Se busca información de profesionales, y los cuestionamientos

estructurados son insuficientes

4. Se considera como fase previa a la elaboración de cuestionamientos estructurados, para identificar contenidos a incluir.

Las ventajas que ofrece la entrevista a profundidad son:

1. Es una técnica muy útil cuando se trata de analizar temas que exigen anonimato.
2. Permite conocer en profundidad los temas y obtener información muy rica.
3. Es una técnica muy válida cuando tenemos muy poca información sobre un tema y se quiere hacer una investigación exploratoria.

Los inconvenientes más frecuentes en la entrevista a profundidad son:

1. El entrevistado puede tener dificultad para recordar, expresar detalles y datos sobre un tema

2. El investigador depende del entrevistado para llevar a cabo la investigación

3. La influencia del investigador puede afectar a la validez de los resultados. Las habilidades de la comunicación que se utilizan durante la realización de la entrevista a profundidad son:

1. **Clarificación.** Se trata de resumen para sintetizar la comunicación para producirla de manera más clara y cristalina

2. **Síntesis.** Se resume lo expresado verbalmente con la finalidad de poner de relieve los aspectos más esenciales de lo expuesto, además sirve para incitar al entretenimiento a continuar la comunicación.

3. **Señalamiento.** Consiste en llamar la atención sobre aspectos que el entrevistado pasa la o menos "por encima", con la finalidad de que se repase sobre ellos.

4. **Parfraseo.** el entrevistador repite con palabras diferentes el contenido del mensaje del entrevistado, reflejando hechos y sentimientos.

5. **Escucha activa.** consiste en forzarse por comprender lo que el entrevistado está expresando y, además, que eso sea evidente para ella

6. **Silencio.** favorece la expresión y reflexión del entrevistado y transmite una sensación a tranquilidad y disponibilidad.

Las principales formas de registro de información son las siguientes:

1. **Utilización de videocámaras y grabadoras de voz.** En este caso hay que evitar el bloqueo o rechazo del entrevistado. Se recomienda grabar la fecha, hora y lugar

de la entrevista, así como cualquier información o dato relativo al con texto que pueda ayudar a la comprensión de la entrevista.

2. **Tomar notas.** Igualmente, en este caso, también hay que evitar situaciones de bloqueo por parte del entrevistado. El investigador se limita a tomar notas rápidas de lo que va sucediendo, con la intención de reproducirlos o reestructurar las posteriormente

3. **Registro posterior a la entrevista.** Consiste en tomar unas breves notas durante el desarrollo de la entrevista para pasar, una vez finalizada, a registrar todos los aspectos que han tenido lugar durante la realización de esta.

**Beneficiarios.** Estudiantes de 2do grado del Centro Educativo Fundación Colegio Cristiano El Salvador que tengan deseo de participar en la investigación.

## **Población y muestra**

### **Población de estudio**

La población de la Institución Fundación Colegio Cristiano El Salvador está conformada por estudiantes provenientes de estrato 3, ubicada en el municipio del Atlántico, es una escuela que se maneja bajo el modelo pedagógico constructivista. Es una institución amante a las celebraciones, dando espacios donde los niños puedan recrearse a través de las festividades. Esta institución tiene un total de 250 estudiantes de los cuales 34 son de transición, 34 de primero, 34 de segundo, 37 de tercero, 43 de cuarto y 28 de quinto. Transición, primero y cuarto están divididas en dos salones, transición A 24 y B 20, primero A 24 y B 20 y cuarto A24 y B 19.

### **Muestra**

Para la presente investigación se tomará el grado segundo, el cual cuenta con 25 estudiantes, es decir, 13,6% total de la población, la edad de los niños oscila entre siete y ocho años.

### **Técnicas e instrumentos de recolección de datos**

A partir del enfoque de investigación acción de este trabajo es fundamental el empleo de técnicas e instrumentos que brinden fortalezas a este proyecto, entre éstas tenemos:

*Observación:* es la realizada por el investigador en donde pasa inadvertido tratando de integrarse a los observados y participando en ella como si fuera un miembro más del grupo.

*Prueba diagnóstica:* es la actividad que aplican los investigadores a los investigados y que permite identificar el problema.

*Diario de campo:* es una libreta personal que lleva el investigador durante todo el proceso, para registrar una síntesis de temas, de personas, de impresiones, comentarios, eventos y demás acontecimientos significativos.

*Entrevista:* consiste en un cuestionario con preguntas abiertas y cerradas que aportan información valiosa para la investigación.

*Recursos informáticos:* Software gratuitos, tablets, Video Beam, Internet, etc.

### **Fases de la investigación**

#### ***Fase I. Diagnosticar***

Objetivo: Diagnosticar el nivel de competencias en la resolución de problemas en estudiantes de segundo grado de básica primaria.

Instrumento: Diario de Campo

Actividad: Se realizaron observaciones a los estudiantes con la intención de diagnosticar su nivel competencia en la resolución de problemas matemáticos.

#### ***Fase II. Diseñar***

Objetivo: Diseñar estrategias centradas en los intereses y habilidades de los estudiantes para fortalecer la resolución de problemas.

Instrumento: Entrevista- Formato de estrategias en suma y multiplicación

Actividad: Se entrevistaron a los estudiantes con la intención de saber en que punto se encontraban, de esta manera poder diseñar los formatos de estrategias en suma y multiplicación.

#### ***Fase III. Implementación***

Objetivo: Implementar estrategias de aprendizaje centradas en los intereses y habilidades de los educandos para fortalecer la resolución de problemas de las matemáticas.

Instrumento: Estrategias previamente diseñadas.

Actividad: Se reunieron a los estudiantes en grupo, realizando las actividades previamente diseñadas, donde se tuvieron en cuenta las habilidades de los educando con la intención de fortalecer la resolución de problemas matemáticos.

### ***Análisis de los resultados***

El propósito general de este trabajo es impactar en el mejoramiento del aprendizaje autodirigido y competencias matemáticas de los estudiantes, mediante un proceso de formación de los profesores y estudiantes en el desarrollo del pensamiento numérico. Con base en las diferentes técnicas e instrumentos como: pruebas estandarizadas, matriz de análisis de resultados pregunta por pregunta, estudiante por estudiante, y por medio de pensamientos, talleres y conferencias sobre temas generales de la didáctica de la matemática y sobre temas específicos de la matemática de los grados 2. A juicio del equipo investigador, las mejoras en los resultados de las pruebas obedecieron a la realización de talleres con los docentes que orientaban a estos estudiantes. El propósito de los talleres es puntualizar en el mejoramiento autodirigido del pensamiento numérico de los alumnos, mayor socialización en los ejercicios, fortalecimiento de la comprensión lectora del lenguaje matemático, acompañamiento a las escuelas participantes y, sobre todo, al compromiso de los maestros involucrados en el proyecto.

### **Prueba inicial diagnóstica**

*Elección de estudiantes participantes.* Para esta elección se tuvo en cuenta su rendimiento en la resolución de problemas matemáticos en la operación de suma. Es decir, que los estudiantes participantes presentaban al inicio un déficit al momento de enfrentar la resolución de problemas de suma, esta selección se soportó con el criterio de la docente encargada en el área.

*Aplicación de prueba inicial diagnóstica.* Esta prueba consiste en presentar a los estudiantes un juego que de manera implícita encuentran una operación matemática, en este caso la suma, con operaciones matemáticas básicas para analizar el nivel de presente en cada estudiante. Para esta entrevista no se realizan actividades de entrenamiento previo y se permite que él estúdiante resuelva los problemas a su gusto, recibiendo solo un acompañamiento del investigador. Esta prueba se realizó con un total de 23 estudiantes. El total de estudiantes encontrados en el grado segundo de la institución FCCES.

*Entrevistas.* Estas entrevistas estuvieron enfocadas en estudiar la incidencia del uso del aprendizaje autodirigido en el desarrollo de la resolución de problemas matemáticos con la operación de sumas, las cuales consiste en resolver problemas matemáticos por sección. La aplicación de esta estrategia se inició el jueves 14 de abril del presente año con un número de 23 estudiantes. Y se finalizó con un total de 4 estudiantes el 14 de junio de 2022.

*Entrevista No. 1.* En este primer encuentro con los 23 estudiantes registrados en el grado segundo de la institución FCCES, jornada matinal, se mezclaron niños con diferentes habilidades. Empezó con la presentación de cada una de nosotras, luego también lo hicieron los niños. Ellos se notaban ansiosos, otros nerviosos por saber de qué se trataba. Procedimos a

explicarles de que harían parte de nuestro proyecto de grado y que buscamos con esto. Ese primer día se inició con la observación de la clase, dándole la oportunidad a la profesora tutora del área de matemática de realizar una actividad llamada “Maquina de suma” la cual consistía en que los estudiantes debían colocar con tapas, las cuales llevaban en la parte superior números, en total eran 10 tapas. La intención consistió en que los estudiantes lograran realizar la operación que la maestra colocaba en el tablero. Se observó que cada estudiante usaba muchas estrategias para la resolución del problema matemático, en este caso la suma.

*Entrevista N° 2.* En este segundo encuentro con los niños, como en todas las jornadas se les saludaba de manera cordial, antes de entregarle la actividad de resolución de problema se le realizaba un conocimiento previo sobre los elementos que trataba el problema, se les inducía con preguntas para que el niño se familiarizara con lo que iba a desarrollar en la resolución del problema. Las respuestas no eran la correcta, en ocasiones se colocaban nerviosos sin saber qué hacer, pero con el pasar de tiempo lograban encontrar una solución frente al problema. Siempre terminaba nuestra jornada con las preguntas que nosotras le hacíamos al niño y que él debía respondernos.

*Entrevista N° 3.* En nuestro tercer encuentro empezamos a mirar en el grupo de los 23 estudiantes una nueva selección en la que se tomó la decisión de elegir únicamente a 4 estudiantes, los cuales estaban enfocados en nuestro proyecto. Empezamos a notar que casi la mitad del grupo no estaba respondiendo a lo que buscábamos con nuestro proyecto, este día como en todas las jornadas nos presentamos, procedíamos a entregarles la actividad de resolución de problema, este día la mitad del grupo respondió bien la operación que estábamos esperando sobre la suma, luego continuamos con las preguntas que ellos debían responder.

Posteriormente se les informo a la maestra encargada que el grupo solo seguía con 4 estudiantes porque fueron los que asimilaron nuestro objetivo hasta el momento, de los cuales se tomaron dos con dificultades en la resolución de problemas sin ayuda de un tutor y dos realizando los problemas matemáticos teniendo en cuenta el aprendizaje autodirijo.

**Entrevista N° 4** En este día a los estudiantes se les preparó para realizar la actividad que consistía, de manera individual en obtener los resultados de multiplicación, esto de manera indirecta en la que debían hacer la suma la cantidad de veces que era necesario. Seguidamente se le colocó a cada estudiante una multiplicación donde debían desintegrarla de esta manera lograban llegar a la solución inmediata del problema matemático. Los estudiantes escogidos para nuestro proyecto decidieron realizar el problema de la manera más práctica.

- Salome: usa como recurso sus colores para realizar la suma, todo a través del aprendizaje autodirigido.
- Sebastián: Usa su mente como recurso práctico para realizar las operaciones matemáticas, es decir, se queda pensando y rápidamente escribe los resultados, sin embargo, a medida que la complejidad aumentaba usaba sus dedos como recurso para que llegar a una solución inmediata.
- Matthias: Es un estudiante que solo se le da la orientación de manera rápida y clara llega a la resolución del problema.
- Dominic: usa sus dedos como recurso practico para obtener el resultado del problema matemático.

**Entrevista N° 5.** Esta jornada fue muy buena, los dos niños respondieron excelente el problema planteado. Aquí las preguntas ya no la hacíamos nosotras, el niño empezó a preguntarse y

el mismo debía responder, notamos que uno de los niños tenía dificultades para esto, sin embargo, conversamos con el sobre esta debilidad, lo cual le permitió responder de manera clara y precisa

**Entrevista N° 6.** Este día fue determinante, se tomó la decisión de quedarnos únicamente con los niños que estaban respondiendo de manera clara, se les entregó el problema, solo bastó con leerlo para que de manera inmediata comenzarán a responder, en ocasiones realizaron algunas preguntas para lograr una mejor comprensión. Su respuesta a la operación fue correcta, en la parte de las preguntas y respuestas por su parte también fue excelente, manejaron mucha seguridad y fluidez verbal.

**Entrevista N° 7.** En esta jornada los estudiantes se sentían realmente cómodos se les entrego los problemas matemáticos y respondieron de manera clara y precisa lo propuesto.

<b>Salomen</b>	<b>Matthias</b>
<p>En ocasiones necesitó ayuda para lograr responder con facilidad el problema.</p> <p>En cuanto pasaba el tiempo adquiría mayor confianza y eso le permitió a llegar a la solución completa del problema.</p>	<p>Expreso abiertamente que estaba muy fácil el problema lo cual de manera precisa procedió a realizarlo.</p>

**Entrevista N° 8.** Cada jornada con el estudiante en realidad fue una experiencia realmente hermosa, sin duda esta no fue la excepción, hoy los estudiantes se sentían mucho más cómodos, solo bastó con darle el problema matemático y darle las instrucciones, de manera clara y precisa.

En esta jornada los estudiantes se sentían realmente cómodos, fue agradable para los niños y para nosotras gratificantes lograr el objetivo, amar las matemáticas, aprender a identificar los datos que se

plantean en el problema, aprender no de manera mecánica si no de manera significativa aprender a aprender lo que se le pregunta. Esto nos llenó de mucha satisfacción.

**Prueba final.** Luego de realizar las entrevistas con los problemas correspondientes y el entrenamiento con las preguntas para el desarrollo del aprendizaje autodirigido, se realiza una prueba final que consiste en resolver el mismo problema que se aplicó en la prueba inicial diagnóstica con el fin de compararlas y evidenciar avances en cuanto al desarrollo de pensamientos matemáticos aplicando el aprendizaje autodirigido al resolver problemas matemáticos.

**Prueba de seguimiento.** La prueba de seguimiento es una prueba aplicada seis meses después de realizada el entrenamiento y la prueba final del aprendizaje autodirigido, con la intención de evidenciar si en el tiempo transcurrido los estudiantes siguen colocando en práctica todo el aprendizaje autodirigido aprendido al momento de resolver los problemas matemáticos con la suma y multiplicación.

**Resultados.** Una vez terminado y recopilado el registro de la información, se realiza el proceso de analizar e interpretar cada una de las entrevistas. El análisis tiene como objetivo acercar al entrevistado a la realidad, que pueda construir su conocimiento por medio de las experiencias. Para obtener estos objetivos hay que seguir una serie de pasos:

- Analizar cada entrevista realizada
- El entrevistado se replantea todo lo que ha hecho durante su trabajo dentro del aula de clase y lo enfrenta con las entrevistas propuestas por el entrevistador, logrando así darse cuenta de sus nuevos conocimientos.
- Se analiza los elementos más importantes para el entrevistado y los aspectos que han contribuido para su desempeño dentro de cada entrevista.

**Prueba diagnóstica.** Realizando la prueba inicial se pudo observar que no hubo un proceso en donde los entrevistados logren reflexionar y analizar cada problema, no logran encontrar los datos que suministra el problema; los estudiantes no realizan un procesamiento de la información, lo que indica el elemento del aprendizaje autodirigido en los distintos procesos que realiza el estudiante. Cuando se revisó el procedimiento de las estrategias de enseñanza no se vio ningún indicio en el que ellos lo hayan implementado mucho menos en las estrategias de aprendizaje autodirigido, no se encontraron que hayan implementado este proceso.

Como la cognición implica tener destrezas cognitivas y la metacognición a tener conciencia y un control consciente de lo que se hace, no se encontró manifestación de estos en los niños entrevistados, puesto que cada uno lo realizaba como estaban acostumbrados en sus clases.

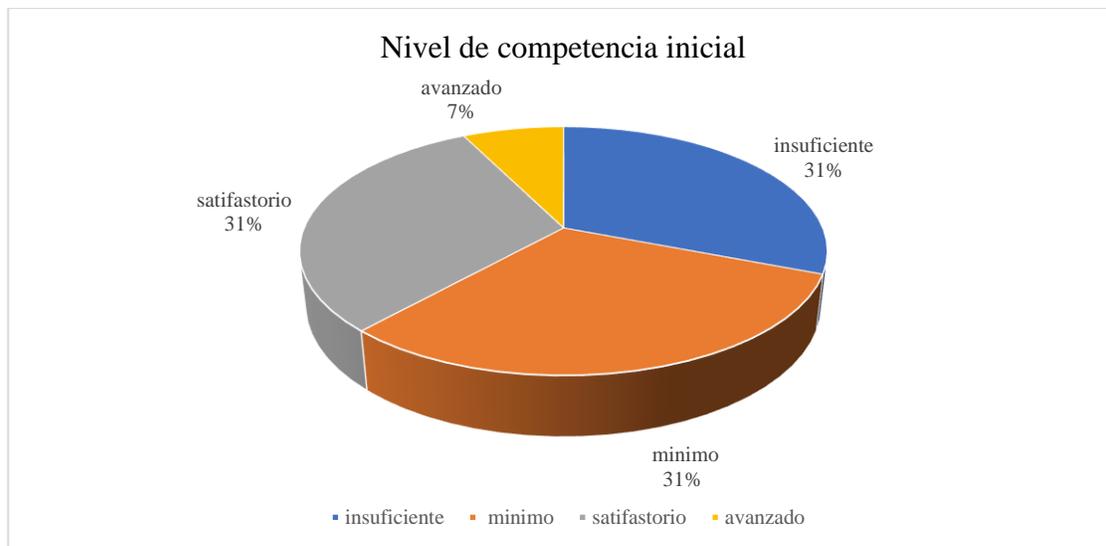
Observando el proceso cuando los estudiantes realizaban los problemas nos damos cuenta de que no utilizaban las estrategias de enseñanza y mucho menos tenían un aprendizaje autodirigido, su aprendizaje se basaba en lo que el maestro le pedía en todo momento, pero no había un aprendizaje independiente; dándonos cuenta de esto, identificamos que no reconocieron la planeación, el control y la evaluación cuando resolvieron el problema.

**Prueba final.** Realizando la prueba final se notó que hubo un proceso reflexivo frente a la adquisición y datos que proporciona el problema, lo que indica que el elemento metacognitivo fue adquirido en las diferentes entrevistas. Cuando se revisó el procedimiento de las estrategias cognitivas se notó que tuvieron en cuenta los pasos a seguir, dándonos cuenta de que hubo un progreso en el conocimiento. Se emplearon las técnicas de procesamiento y análisis de datos que permitieron al equipo investigador resumir, considerar e interpretar la información obtenida mediante métodos cualitativos. En primer lugar, se organizaron todos los datos disponibles y se categorizaron, luego se analizó y a través de esta descripción, se retroalimentó el proceso confrontando los

hallazgos. Se utilizó la información de una forma gráfica y organizada, tras su recogida, lo cual facilitó la comprensión y el análisis de esta para ilustrar las relaciones de varios conceptos o el proceso de transición entre etapas o momentos de investigación o del desarrollo del fenómeno de estudio. Adicionalmente están las gráficas explicativas que ayudaron al equipo investigador a comprender el fenómeno estudiado, arrojando los siguientes resultados en el nivel de competencia inicial; 31% de la población se encuentra en un nivel insuficiente, 31% está en insuficiente, 31% se evidencia en satisfactorio y un 7% en avanzado. Posteriormente, la segunda tabla indica con mayor detalle la descripción exacta de los resultados obtenidos. Al analizar la prueba final es posible afirmar que se cumplieron los objetivos planteados dentro del proyecto produciendo los frutos que se querían en los estudiantes.

**Figura 1**

*Nivel de competencia inicial*



*Fuente propia*

## Conclusión

### Triangulación de los resultados

En el desarrollo del proceso educativo, se ha constatado que es evidente la dificultad que la asignatura de matemáticas representa en un gran porcentaje de estudiantes. La gran mayoría refleja incomprensión, poco entendimiento y un gran nivel de dificultad para comprender lo que el planteamiento de un determinado problema le indica, lo que dificulta encontrar una solución asertiva en la mayoría de los casos. Al estar ausente el entendimiento o la comprensión de cualquier planteamiento, el estudiante se verá imposibilitado de encontrar una solución correcta al problema que se le plantee, por lo cual es necesario que, en primer término, desde el inicio de la educación formal, el alumno vaya teniendo contacto con la resolución de problemas matemáticos para que empiece a familiarizarse con él. Se entiende que el tipo de lenguaje al que se hace referencia es muy abstracto y que los alumnos del primer y segundo periodo de la educación básica formal aún requieren elementos concretos para acceder al aprendizaje, pero se considera necesario inducir a los alumnos desde edades tempranas a la comprensión y el manejo de la resolución de problemas matemáticos. Lo que hace falta es el dominio de cierto tipo de conocimientos tentativos de solución, que son parte de la imagen individual que el individuo posee de la situación problema. Este conocimiento se manifestó como un hábito de pensar que involucra una reflexión sobre varias posibles formas de solución. Lo que se sugiere es que los estudiantes desarrollen estrategias auto dirigidas que les permitan el reconocimiento de una situación problemática. Por su parte, Schoenfeld (1992, p. 345) plantea que, para desarrollar los hábitos matemáticos apropiados y las disposiciones de interpretación y encontrar sentido a las ideas matemáticas, así como a los modos apropiados de pensamiento matemático, las comunidades de práctica, en las cuales los estudiantes aprenden matemáticas, deben reflejar y

promover esas formas de pensamiento. La experiencia de los últimos años en el ámbito educativo señala que el desarrollo de la práctica docente se centra en la mecanización de procedimientos. El alumno sabrá resolver una división, multiplicación, ecuación, etcétera, pero desconoce cómo plantear un problema donde se pueda hacer uso de estas operaciones; es decir, el alumno conoce el procedimiento, pero le cuesta trabajo solucionar los problemas que impliquen la aplicación de cualquier operación básica. Suele ser mucho lo que habrá de ser mejorado en el proceso de enseñanza de esta asignatura, pero se considera necesario no perder de vista la función histórica de las matemáticas. Recordemos que su epistemología parte de la realidad, es decir, las matemáticas nacen con la finalidad de encontrar soluciones a los problemas cotidianos, y esta ha sido su función. Es necesario hacer conciencia en nuestros alumnos de que las matemáticas nos ayudarán a resolver problemas; estas solo son las herramientas para lograr este fin.

### **Recomendaciones**

La aplicación del proyecto de investigación titulado; “Aprendizaje autodirigido como estrategia para el fortalecimiento de la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de segundo grado de la Institución Educativa Fundación Colegio Cristiano El Salvador, se permite sugerir a las directivas la realización de charlas en la institución con la finalidad de generar conciencia sobre la manera en que se ejecutan los contenidos del área de matemáticas dentro del aula de clases, esto, con la finalidad de posibilitar espacios de autonomía para los estudiantes.

Consideramos pertinente que se les profundicen a los educandos acerca de los procesos metacognitivos, logrando que los problemas matemáticos sean redactados de forma sencilla, teniendo en cuenta los saberes previos de los estudiantes, sus estilos y ritmos de aprendizaje, para así brindarles experiencias más significativas y obtener mejores resultados.

### Referencias

1. Alcaldía Mayor de Bogotá D.C. & Secretaría de Educación. (2007). Colegios Públicos de excelencia para Bogotá. Orientaciones curriculares para el campo de Pensamiento Matemático. Bogotá, Colombia: Serie Cuadernos de Currículo.
2. Antonio, J. Díaz, R (2016). Los Métodos de Resolución de Problemas y el Desarrollo del Pensamiento Matemático. Trabajo fin de grado.
3. Arrieta Yépez. Martínez Montenegro, O. S. (2021). Resolución de problemas matemáticos desde la comprensión lectora una gestión necesaria con docentes de educación básica.  
<https://repositorio.cuc.edu.co/handle/11323/8023>.  
<https://repositorio.cuc.edu.co/handle/11323/8023>
4. Arteta, et al. (2012). Los fraccionarios en primaria. Retos, experiencias didácticas y alianzas para aprender matemáticas con sentido. Barranquilla, Colombia: Editorial Universidad del Norte.
5. Badia, A., Barberá, E., Coll, C. y Rochera, M. (2005) La utilización de un material didáctico autosuficiente en un proceso de aprendizaje autodirigido. Revista de Educación a Distancia. Año IV. Número monográfico III, pp. 1-18. Recuperado de: <https://www.um.es/ead/red/M3/>
6. Bellido Gómez, J. (2017). Relación entre estrategias metacognitivas, aprendizaje autorregulado y autoestima en los estudiantes del área de Matemática en estudiantes del quinto año de educación secundaria de la I.E. Independencia Americana, Arequipa.
7. Beyer, W. (1994). El discurso y el lenguaje matemáticos en el contexto del aula. Trabajo de grado de maestría no publicado. Caracas, Venezuela: Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Caracas.

8. Castrillón, L. (2017). Cambios en las concepciones y en las prácticas pedagógicas que poseen los docentes sobre el ambiente de aula, donde se promueve la enseñanza de la matemática desde el enfoque constructivista. (Trabajo de grado). Universidad de Medellín, Medellín, Colombia.
9. Castro-Rodríguez, Y. y Lara-Verásteguib, R. (2017). Percepción del blended learning en el proceso enseñanza aprendizaje por estudiantes del posgrado de Odontología. Educación Médica, Volumen 19- 4, pp. 223-228. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.edumed.2017.03.028>
10. Chomsky, N. (1977). El lenguaje y el entendimiento. Barcelona: Barral.
11. Chomsky, N. (7 de mayo de 2012). Purpose of education. [Archivo de vídeo-entrevista al autor en página web Alaya. Difundiendo infancia]. Recuperado de: <http://www.alaya.es/2012/05/07/noam-chomsky-sobre-la-educacion/>
12. Cristian Cerda, José L. Saiz. (2018). Perfiles educativos. Obtenido de [http://perfileseducativos.unam.mx/iisue\\_pe/index.php/perfiles/article/view/58756](http://perfileseducativos.unam.mx/iisue_pe/index.php/perfiles/article/view/58756)
13. Cristian Cerda, José L. Saiz. (2018). Scielo. Obtenido de [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0185-26982018000400138](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0185-26982018000400138)
14. Dairo David Diaz, J. A. (2009). El Lenguaje Matemático Y Su Implicación En El Aprendizaje De Esta Disciplina Universidad De Sucre. Sincelejo, Colombia.
15. Delgado Coronado, S. (2015). El papel del lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas. Panorama, 9(16), 32-42.
16. Elliott, J. (1920). Books.google. Recuperado de books.google: <https://books.google.com.co/books?id=eG5xSYGsdvAC&printsec=frontcover&hl=es#v=onepage&q&f=false>

17. Freire, P., & Macedo, D. (1989). Alfabetización: lectura de la palabra y lectura de la realidad. Paidós: Barcelona, España.
18. González, J. (s.f.). institucional.us.es. Obtenido de institucional.us.es:  
[http://institucional.us.es/revistas/cuestiones/15/art\\_16.pdf](http://institucional.us.es/revistas/cuestiones/15/art_16.pdf)
19. González, R. R. (2012). diseño de entornos para el desarrollo de la autonomía en el aprendizaje. universidad de Oviedo.
20. Habermas, J. (2001). Teoría de la acción comunicativa. Volúmenes I y II. Taurus Madrid, España.
21. Herrera, N. L., Montenegro, W. & Poveda, S. (2012). Revisión teórica sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Revista Virtual Universidad Católica del Norte, 35, 254-287. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=194224362014>.
22. Isaías Miranda, Ana Luisa Gómez- Blancarte. (3 de diciembre de 2018). scielo. Obtenido de <http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v30n3/1665-5826-ed-30-03-277.pdf>
23. López, M. G. (2008). monografias.com. Obtenido de <https://www.monografias.com/trabajos76/lenguaje-matematico-aplicaciones/lenguaje-matematico-aplicaciones2.shtml>
24. M. Pilar Martínez-Agut (2015) Escuelas Reggio Emilia Y Los 100 Lenguajes Del Niño: Experiencia En La Formación De Educadores Infantiles, Universidad De Alicante, Alicante, España.
25. Manuel de León.Viviana Márquez. (27 de abril de 2017). madrimasd. Obtenido de
26. Márquez U, Carolina, Fasce H, Eduardo, Pérez V, Cristhian, Ortega B, Javiera, Parra P, Paula, Ortiz M, Liliana, Matus B, Olga, & Ibáñez G, Pilar. (2014). Aprendizaje autodirigido

y su relación con estilos y estrategias de aprendizaje en estudiantes de medicina. Revista médica de Chile, 142(11), 1422-1430. <https://dx.doi.org/10.4067/S0034-98872014001100009>

27. Martínez, M. H. (2012). Implementación y creación de herramientas didácticas que afiancen las cuatro operaciones básicas de la aritmética de los números naturales. (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia.
28. Martínez, T. (2013). acpgerontologia.com. Obtenido de <http://www.acpgerontologia.com/acp/decalogodocs/laautonomia.htm>
29. Mead, G. H. (1973). Espíritu, persona y sociedad. Desde el punto de vista del conductismo social. Paidós: Barcelona.
30. Medina, A. C. (2017). DBA Derechos básicos de aprendizaje. Ruta Maestra Santillana, 18(1), 61-64.
31. Narváez Rivero, Miryam, & Prada Mendoza, Amapola (2005). Aprendizaje autodirigido y desempeño académico. Tiempo de Educar, 6(11), 115-146. [fecha de Consulta 23 de Julio de 2022]. ISSN: 1665-0824. Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=31161105>
32. Narváez Rivero, Miryam; Prada Mendoza, Amapola. (2005). Redalyc. Obtenido de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=31161105>
33. Navarrete, P.J (2007). importancia de los materiales didácticos en el aprendizaje de las matemáticas. Trabajo fin de grado. (corregir año, en la cita aparece 2017 y acá 2007).

34. NIETO, C. F. (2014). repositorio.unal.edu.co. Obtenido de <https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/21651/71657194.2014.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
35. OECD. (2007). PISA 2006: Marco de la evaluación Conocimientos y habilidades en ciencias, matemáticas y lectura: Conocimientos y habilidades en ciencias, matemáticas y lectura. Recuperado de: <https://books.google.com.co/books?isbn=9264066160> 67
36. Oliva, J. (1999). La escuela que viene. Colección: Enseñar y aprender. Granada: Comares.
37. Orellana, A. (10 de junio de 2010). blog.bosquedefantasias. Obtenido de <https://blog.bosquedefantasias.com/noticias/pensamiento-logico-matematico-piaget>.
38. Paenza, A. (2012). Matemática para todos. Sudamericana, Buenos Aires.
39. Pérez Gómez, A. (2000). La función y formación del profesor en la enseñanza para la comprensión. Diferentes perspectivas, En José Gimeno Sacristán y Ángel Pérez Gómez, *Comprender y transformar la enseñanza*, 9.ª ed., Madrid, Morata.
40. Perspectiva Educativa de las Matemáticas. Didáctica de las Matemáticas para maestros. Proyecto Edumat. Recuperado el 29 de enero de 2016 de [http://www.ugr.es/~jgodino/Edumat-maestros/manual/9\\_didactica\\_maestros.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/Edumat-maestros/manual/9_didactica_maestros.pdf)
41. Pons, R. M., González-Herrero, M. E. & Serrano, J. M. (2008). Aprendizaje cooperativo en matemáticas: un estudio intracontenido. *Anales de Psicología*, 24(2), 253-261. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=16711589008>
42. PUGA PEÑA, LUIS ALBERTO; RODRÍGUEZ OROZCO, JHONY MAURO; TOLEDO. (2016). Redalyc. Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/4418/441846839009.pdf>
43. R., L. R. (2007). core.ac.uk. Obtenido de <https://core.ac.uk/download/pdf/46548188.pdf>

44. Rambao Pantoja, Lara Jiménez, C. I. (2019). URI: <http://hdl.handle.net/11323/5908>.  
<https://repositorio.cuc.edu.co/bitstream/handle/11323/5908/Efecto%20Del%20M%c3%a9to%20Singapur%20Como%20Una%20Estrategia%20Para%20El%20Fortalecimiento%20De%20La%20Resoluci%c3%b3n%20De%20Problemas%20Matem%c3%a1ticos%20%20.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. <https://repositorio.cuc.edu.co/handle/11323/5908>
45. Rico, L. & Castro, E. (1994). Errores y dificultades en el desarrollo del pensamiento numérico. Documento no publicado (informe). Granada: Universidad de Granada.
46. S., M. (2019). renovacionmagisterial.org. Obtenido de <https://renovacionmagisterial.org/portada/sites/default/files/adjuntos/2019/07/19/GuiaParaElAprendizajeAutodirigido.pdf>
47. Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grows (Ed.), Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (pp. 334-370). NY: Macmillan.
48. Sonia Osses Bustingorry, S. J. (2008). scielo. Obtenido de [https://scielo.conicyt.cl/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0718-07052008000100011](https://scielo.conicyt.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0718-07052008000100011)
49. Teaching Math to Young Children. Educator's Practice Guide. U.S. Department of Education NCEE 2014-4005.
50. Úsuga, O. A. (2014). Diseño de una unidad didáctica para la enseñanza aprendizaje de la multiplicación de números naturales en el grado tercero de la Institución Educativa Antonio Derka Santo Domingo del municipio de Medellín. (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia.

51. Varón, C. A. (2012). <http://repository.poligran.edu.co/>. Obtenido de <http://repository.poligran.edu.co/bitstream/handle/10823/800/Educacion%20virtual.%20Aprendizaje%20autonomo%20Web.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
52. Vásquez, C. (2011). Construcción de sistemas de representación numérica en el aula de clase potenciando la competencia comunicativa. (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia

Anexos

Plan de actividades.

 <p style="text-align: center;"><b>FUNDACIÓN COLEGIO CRISTIANO EL SALVADOR</b></p>			
AREA	Matemáticas	GRADO	2°
TEMÁTICA	Solución y construcción de operaciones de suma y resta a partir de problemas lógico-matemáticos.		
ESTÁNDARES	Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición y de transformación.		
COMPETENCIA	Pensamientos numéricos y variacional.		
DBA	2. Utiliza diferentes estrategias para calcular (agrupar, representar elementos en colecciones, etc.) o estimar el resultado de una suma, resta, multiplicación o reparto equitativo		
EVIDENCIAS DE APRENDIZAJES	Usa algoritmos no convencionales para calcular o estimar el resultado de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones entre números naturales, los describe y los justifica.		
OBJETIVO	Diagnosticar el nivel de competencias en la resolución de problemas en estudiantes de segundo grado de básica primaria.		
<b>SECUENCIA DIDÁCTICA</b>			
MOMENTOS DE LA CLASE	ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPO
INICIO	<p>La docente elaborará una herramienta lógico-matemática como la que se observa en la imagen adjunta, tendrá carros al alcance y elementos que le permitan a los educandos desarrollar los ejercicios mientras se divierten jugando. Tales como; palitos de paleta, piedras, fichas pequeñas, etc. La</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Carros</li> <li>• Panel de sumas y restas.</li> </ul> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 20 minutos</li> </ul>

<p>DESARROLLO</p>	<p>intención es que reconozcan la operación de manera autónoma y procedan a desarrollarla.</p> <p>La segunda parte consiste en construir problemas lógico matemáticos a partir de las operaciones que ya están escritas, mientras reconocen la diferencia entre el signo más y el signo menos irán resolviendo cada ejercicio, de esta manera trabajarán para llegar a la meta juntos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Panel de sumas y restas.</li> <li>• Carros de juguete.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 15 minutos.</li> </ul>
<p>CIERRE</p>	<p>Como evidencia de aprendizaje los estudiantes deberán construir problemas lógico matemáticos de suma y resta utilizando distintos elementos del aula de clases que les funcionen para representar cantidades. Ejemplo: 5 marcadores y 3 borradores, a partir de ello construirán su operación.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Elementos del aula de clases.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 15 minutos.</li> </ul>



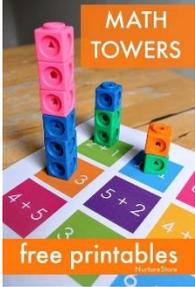
**FUNDACIÓN COLEGIO CRISTIANO EL SALVADOR**

AREA	Matemáticas	GRADO	2°
TEMÁTICA	Solución y construcción de operaciones de suma y resta a partir de problemas lógico-matemáticos.		
ESTÁNDARES	Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición y de transformación.		
COMPETENCIA	Pensamientos numéricos y variacional.		
DBA	2. Utiliza diferentes estrategias para calcular (agrupar, representar elementos en colecciones, etc.) o estimar el resultado de una suma, resta, multiplicación o reparto equitativo		
EVIDENCIAS DE APRENDIZAJES	Usa algoritmos no convencionales para calcular o estimar el resultado de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones entre números naturales, los describe y los justifica.		
OBJETIVO	Diagnosticar el nivel de competencias en la resolución de problemas en estudiantes de segundo grado de básica primaria.		
<b>SECUENCIA DIDÁCTICA</b>			
MOMENTOS DE LA CLASE	ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPO
INICIO	<p>La maestra tendrá previamente contruidos unos guantes sensoriales, rellenos con harina, arroz u otro recurso que cumpla la misma función. Alrededor de estos, encontrarán distintos juguetes con problemas de sumas y restas, los guantes les ayudarán a representar cantidades e irán resolviendo cada uno de estos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Guantes sensoriales</li> <li>• Flashcards con problemas lógico-matemáticos.</li> </ul> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 20 minutos</li> </ul>

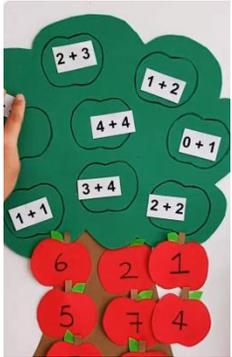
<p>DESARROLLO</p>	<p>De manera autónoma los estudiantes construirán diversidad de problemas lógico-matemáticos utilizando los guantes sensoriales, estos, funcionarán como una herramienta para representar cantidades y obtener los resultados.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Guantes sensoriales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 15 minutos</li> </ul>
<p>CIERRE</p>	<p>La docente proporcionará monopolios matemáticos para trabajar en grupos de 5, cada tablero contiene problemas lógico matemáticos de suma y resta que deberá ir resolviendo a medida que avanza hasta llegar en su totalidad a la meta.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Monopolio matemático.</li> <li>• Fichas de juego.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 20 minutos.</li> </ul>



 <p style="text-align: center;"><b>FUNDACIÓN COLEGIO CRISTIANO EL SALVADOR</b></p>			
AREA	Matemáticas	GRADO	2°
TEMÁTICA	Solución y construcción de operaciones de suma y resta a partir de problemas lógico-matemáticos.		
ESTÁNDARES	Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición y de transformación.		
COMPETENCIA	Pensamientos numéricos y variacional.		
DBA	2. Utiliza diferentes estrategias para calcular (agrupar, representar elementos en colecciones, etc.) o estimar el resultado de una suma, resta, multiplicación o reparto equitativo		
EVIDENCIAS DE APRENDIZAJES	Usa algoritmos no convencionales para calcular o estimar el resultado de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones entre números naturales, los describe y los justifica.		
OBJETIVO	Elaborar estrategias centradas en los intereses y habilidades de los estudiantes para fortalecer la resolución de problemas.		
<b>SECUENCIA DIDÁCTICA</b>			
MOMENTOS DE LA CLASE	ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPO
INICIO	Para esta clase la docente utilizará diversos legos (fichas de armar grandes), en una parte de ellos tendrá escrito operaciones de suma y resta y en otros sus resultados, utilizando elementos como; piedras, palitos de paleta, etc. Los estudiantes resolverán cada ejercicio para luego	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Legos grandes</li> <li>• Piedras</li> <li>• Palitos de paleta</li> <li>• Pompones de algodón.</li> </ul>	15 minutos.

<p>DESARROLL O</p> <p>CIERRE</p>	<p>insertar la ficha con el resultado.</p> <p>Los estudiantes tendrán rompecabezas con operaciones matemáticas, en una parte de estos estarán los problemas y en otra los resultados, deberán ir solucionando cada ejercicio para encontrar el resultado que será la única ficha que encajará en el rompecabezas.</p> <p>La docente utilizará una lotería con operaciones lógico-matemáticas y legos o fichas pequeñas, la intención es que durante la actividad puedan ir resolviendo cada ejercicio y colocando la cantidad de legos en las casilla teniendo en cuenta el resultado.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Rompecabezas con problemas matemáticos y resultados.</li> <li>• Lotería</li> <li>• Legos o fichas pequeñas.</li> </ul> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 20 minutos.</li> </ul>
--------------------------------------	--	---	---

 <p style="text-align: center;"><b>FUNDACIÓN COLEGIO CRISTIANO EL SALVADOR</b></p>			
AREA	Matemáticas	GRADO	2°
TEMÁTICA	Solución y construcción de operaciones de suma y resta a partir de problemas lógico-matemáticos.		
ESTÁNDARES	Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición y de transformación.		
COMPETENCIA	Pensamientos numéricos y variacional.		
DBA	2. Utiliza diferentes estrategias para calcular (agrupar, representar elementos en colecciones, etc.) o estimar el resultado de una suma, resta, multiplicación o reparto equitativo		
EVIDENCIAS DE APRENDIZAJES	Usa algoritmos no convencionales para calcular o estimar el resultado de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones entre números naturales, los describe y los justifica.		
OBJETIVO	Implementar estrategias de aprendizaje centradas en los intereses y habilidades de los educandos para fortalecer la resolución de problemas de las matemáticas.		
<b>SECUENCIA DIDÁCTICA</b>			
MOMENTOS DE LA CLASE	ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPO
INICIO	<p>La maestra colocará sobre su espacio de trabajo distintas fichas de dominó, construirá en hojas o sobre papel Kraft la silueta de estos. Los estudiantes deberán crear y resolver problemas lógico matemáticas de sumas y restas eligiendo las fichas que deseen y utilizando sus puntos</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Domino</li> <li>• Papel Kraft con siluetas.</li> </ul> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 20 minutos.</li> </ul>

<p>DESARROLLO</p>	<p>en representación de cantidades.</p> <p>Para este segundo momento utilizarán máquinas de sumas y restas, fichas para representación de cantidades y tarjetas con problemas lógico-matemáticos. La máquina será un recurso que les permitirá a los estudiantes realizar cada ejercicio mientras insertan y quitan cantidades de ella, según la operación que deseen desarrollar.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Máquina de sumas.</li> <li>• Herramientas de conteo.</li> <li>• Flashcards con problemas lógico-matemáticos.</li> </ul> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 15 minutos.</li> </ul>
<p>CIERRE</p>	<p>Los alumnos desarrollarán una actividad llamada, ¡Encuentra la manzana correcta!, tendrán un árbol con siluetas de manzanas, en cada una de ellas problemas lógico matemáticos escritos, alrededor de estas, manzanas de color rojo con el resultado, a medida que vayan dándole solución a los</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Árbol con silueta de manzanas.</li> <li>• Manzanas rojas de foamy.</li> </ul> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 20 minutos.</li> </ul>

CARTA A DOCENTE

Barranquilla – atlántico

Profesora de segundo grado

Atn: Andrea Cabarcas

Universidad de la costa CUC

Cordial saludo9s

Somos un grupo de estudiantes de la universidad de la costa y hacemos parte del proyecto de investigación en matemáticas relacionado con el desarrollo del aprendizaje autodirigido.

Para este semestre nos corresponde realizar el trabajo de campo con estudiante de segundo grado por lo que le estamos solicitando de manera respetuosa, referenciamos 23 (veinte tres) estudiantes para que nos sirvan como beneficiarios del proyecto a los cuales se les hará la capacitación correspondiente que desarrollen el aprendizaje autodirigido mediante la resolución de problemas matemáticos.

Los espacios de trabajo no afectarán el desarrollo de las clases del educando.

En espera de su valiosa colaboración,

Atentamente grupo de investigación de matemáticas,

Sadimar Franco

---

Investigadora

*Andrea G. Cabarcas E.*

Shirley Buelvas T

---

Investigadora

Erick fruto Silva

---

Asesor del proyecto

## UNIVERSIDAD DE LA COSTA CUC

Señor padre de familia

Acudiente del estudiante

Cordial saludos

Por medio de la presente le estamos haciendo participe del proyecto de investigación "APRENDIZAJE AUTODIRIGIDO COMO ESTRATEGIA PARA EL FORTALECIMIENTO DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN ESTUDIANTES DE SEGUNDO GRADO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA FCCES" el cual venimos desarrollando estudiante de la universidad de la costa CUC.

Este proyecto tiene como propósito hacer un estudio sobre procesos de regulación que su acudido presente al momento de resolver problemas matemáticos, lo que beneficiará a futuro porque el proyecto apunta a un mejoramiento del estudiante al momento de resolver un problema matemático, para ello se usará estrategia basada en el aprendizaje autodirigido.

Por lo anterior, le solicitamos de manera respetuosa su apoyo ya que su acudido a sido tenido en cuenta para que haga parte de este proyecto de investigación. Para que su acudido pueda participar se requiere de su previa autorización, las actividades se realizarán en los tiempos de clase de matemáticas, teniendo en cuenta que los temas irán conectados con lo que observan durante el periodo, entendienddo que no afectará su rendimiento durante el periodo académico, por el contrario el proyecto le permitirá obtener mejor resultados.

Quedamos atentos a cualquier inquietud que se requiera,

Cordialmente grupo de investigación

Sadimar Franco

Investigadora

Shirley Buelvas T

Investigadora

Erick Fruto Silva

Director del proyecto

RESPUESTA A SOLICITUD DEL GRUPO DE INVESTIGACIÓN DE LA UNIVERSIDAD DE LA COSTA

Yo MAGDA JARAMILLO P. Identificado (a) con la cedula de ciudadanía no-5532781, en mi condición de acudiente del estudiante de segundo grado de FCCES, manifiesto haber leído la invitación que me han enviado sobre la inclusión de mi acudido para participar en el proyecto de investigación APRENDIZAJE AUTODIRIGIDO COMO ESTRATEGIA PARA EL FORTALECIMIENTO DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN ESTUDIANTES DE SEGUNDO GRADO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA FCCES, lo cual agradezco .

Teniendo en cuenta las condiciones manifestadas en el oficio enviado a través de mi acudido (a), manifiesto que Autorizo  SI  NO la participación del estudiante en la realización del proyecto de investigación en referencia.

Magda Jaramillo P.  
NOMBRE DEL ACUDIENTE

Magda Jaramillo P.  
FIRMA DEL ACUDIENTE

## UNIVERSIDAD DE LA COSTA CUC

Señor padre de familia

Acudiente del estudiante

Cordial saludos

Por medio de la presente le estamos haciendo participe del proyecto de investigación "APRENDIZAJE AUTODIRIGIDO COMO ESTRATEGIA PARA EL FORTALECIMIENTO DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN ESTUDIANTES DE SEGUNDO GRADO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA FCCES" el cual venimos desarrollando estudiante de la universidad de la costa CUC.

Este proyecto tiene como propósito hacer un estudio sobre procesos de regulación que su acudido presente al momento de resolver problemas matemáticos, lo que beneficiará a futuro porque el proyecto apunta a un mejoramiento del estudiante al momento de resolver un problema matemático, para ello se usará estrategia basada en el aprendizaje autodirigido.

Por lo anterior, le solicitamos de manera respetuosa su apoyo ya que su acudido a sido tenido en cuenta para que haga parte de este proyecto de investigación. Para que su acudido pueda participar se requiere de su previa autorización, las actividades se realizarán en los tiempos de clase de matemáticas, teniendo en cuenta que los temas irán conectados con lo que observan durante el periodo, entendienddo que no afectará su rendimiento durante el periodo académico, por el contrario el proyecto le permitirá obtener mejor resultados.

Quedamos atentos a cualquier inquietud que se requiera,

Cordialmente grupo de investigación

Sadimar Franco

Investigadora

Shirley Buelvas T

Investigadora

Erick Fruto Silva

Director del proyecto

RESPUESTA A SOLICITUD DEL GRUPO DE INVESTIGACIÓN DE LA UNIVERSIDAD DE LA COSTA

Yo Anileidys león Identificado (a) con la cedula de ciudadanía no-----  
1042424290, en mi condición de acudiente del estudiante de segundo grado de FCCES, manifiesto haber leído la invitación que me han enviado sobre la inclusión de mi acudido para participar en el proyecto de investigación APRENDIZAJE AUTODIRIGIDO COMO ESTRATEGIA PARA EL FORTALECIMIENTO DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN ESTUDIANTES DE SEGUNDO GRADO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA FCCES, lo cual agradezco .

Teniendo en cuenta las condiciones manifestadas en el oficio enviado a través de mi acudido (a), manifiesto que Autorizo SI NO la participación del estudiante en la realización del proyecto de investigación en referencia.

Anileidys león  
NOMBRE DEL ACUDIENTE

Ani P.  
FIRMA DEL ACUDIENTE

## UNIVERSIDAD DE LA COSTA CUC

Señor padre de familia

Acudiente del estudiante

Cordial saludos

Por medio de la presente le estamos haciendo participe del proyecto de investigación “APRENDIZAJE AUTODIRIGIDO COMO ESTRATEGIA PARA EL FORTALECIMIENTO DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN ESTUDIANTES DE SEGUNDO GRADO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA FCCES” el cual venimos desarrollando estudiante de la universidad de la costa CUC.

Este proyecto tiene como propósito hacer un estudio sobre procesos de regulación que su acudido presente al momento de resolver problemas matemáticos, lo que beneficiará a futuro porque el proyecto apunta a un mejoramiento del estudiante al momento de resolver un problema matematico, para ello se usará estrategia basada en el aprendizaje autodirigido.

Por lo anterior, le solicitamos de manera respetuosa su apoyo ya que su acudido a sido tenido en cuenta para que haga parte de este proyecto de investigación. Para que su acudido pueda participar se requiere de su previa autorización, las actividades se realizarán en los tiempos de clase de matemáticas, teniendo en cuenta que los temas irán conectados con lo que observan durante el periodo, entendiend que no afectará su rendimiento durante el periodo académico, por el contrario el proyecto le permitirá obtener mejor resultados.

Quedamos atentos a cualquier inquietud que se requiera,

Cordialmente grupo de investigación

Sadimar Franco

---

Investigadora

Shirley Buelvas T

---

Investigadora

Erick Fruto Silva

---

Director del proyecto

RESPUESTA A SOLICITUD DEL GRUPO DE INVESTIGACIÓN DE LA UNIVERSIDAD DE  
LA COSTA

Yo Julaine Altamar Tapia Identificado (a) con la cedula de ciudadanía no-----  
112570107, en mi condición de acudiente del estudiante de segundo grado de FCCES,  
manifiesto haber leído la invitación que me han enviado sobre la inclusión de mi acudido para  
participar en el proyecto de investigación APRENDIZAJE AUTODIRIGIDO COMO  
ESTRATEGIA PARA EL FORTALECIMIENTO DE LA RESOLUCIÓN DE  
PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN ESTUDIANTES DE SEGUNDO GRADO DE LA  
INSTITUCIÓN EDUCATIVA FCCES, lo cual agradezco .

Teniendo en cuenta las condiciones manifestadas en el oficio enviado a través de mi acudido  
(a), manifiesto que Autorizo SI NO la participación del estudiante en la realización del  
proyecto de investigación en referencia.

Julaine-Altamar T.  
NOMBRE DEL ACUDIENTE

Julaine Altamar T.  
FIRMA DEL ACUDIENTE

## UNIVERSIDAD DE LA COSTA CUC

Señor padre de familia

Acudiente del estudiante

Cordial saludos

Por medio de la presente le estamos haciendo participe del proyecto de investigación “APRENDIZAJE AUTODIRIGIDO COMO ESTRATEGIA PARA EL FORTALECIMIENTO DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN ESTUDIANTES DE SEGUNDO GRADO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA FCCES” el cual venimos desarrollando estudiante de la universidad de la costa CUC.

Este proyecto tiene como propósito hacer un estudio sobre procesos de regulación que su acudido presente al momento de resolver problemas matemáticos, lo que beneficiará a futuro porque el proyecto apunta a un mejoramiento del estudiante al momento de resolver un problema matemático, para ello se usará estrategia basada en el aprendizaje autodirigido.

Por lo anterior, le solicitamos de manera respetuosa su apoyo ya que su acudido a sido tenido en cuenta para que haga parte de este proyecto de investigación. Para que su acudido pueda participar se requiere de su previa autorización, las actividades se realizarán en los tiempos de clase de matemáticas, teniendo en cuenta que los temas irán conectados con lo que observan durante el periodo, entendiend que no afectará su rendimiento durante el periodo académico, por el contrario el proyecto le permitirá obtener mejor resultados.

Quedamos atentos a cualquier inquietud que se requiera,

Cordialmente grupo de investigación

Sadimar Franco

Investigadora

Shirley Buelvas T

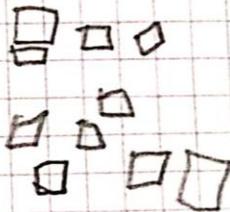
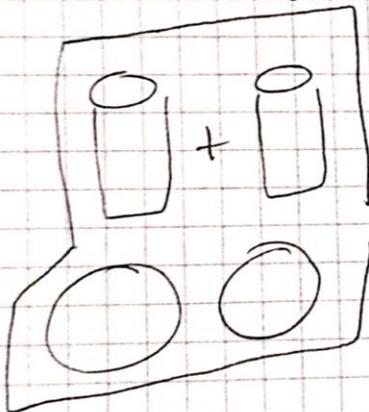
Investigadora

Erick Fruto Silva

Director del proyecto

# SOLAME

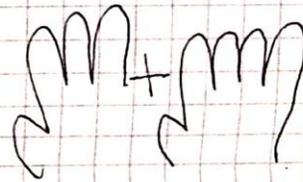
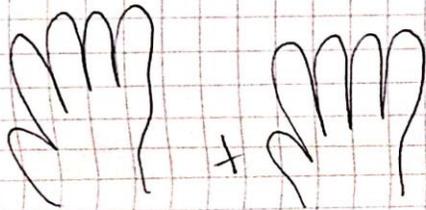
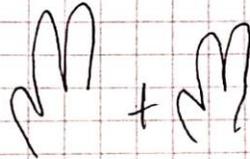
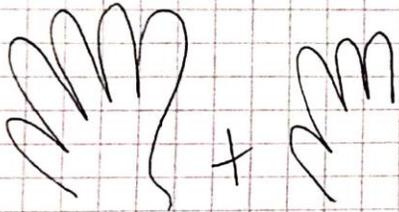
En una caja te regalan 10 fichas en cada orificio  
 al caer cuantas fichas  
 tendrías en total?



Fichas 20

# Mencera

El colegio cristiano te regala algunos guantes para que los uses, necesitas saber cuántos guantes te sirven para colocarlos, ¿cuál sería?

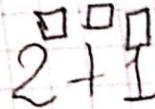
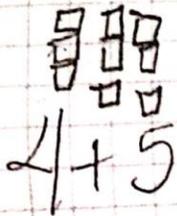
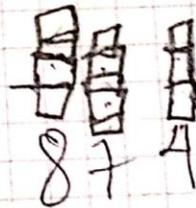


me sirven esos porque tienen 5 dedos en cada guante

# metias maepra

SOLOME

¿Miss Buelvar te regala muchos legos para que puedas resolver los problemas cuantos legos necesitas?



SALIU